

József Attila Tudományegyetem Bölcsészettudományi Kar Pedagógia Tanszék

A gondolkodási képességek fejlesztése feladatelemző módszer
segítségével 10 éves tanulóknál

Welchner Antalné

1989.

Tartalomjegyzék

1./ A matematikatanítás történeti áttekintése	1. oldal
2./ A gondolkodásról-, a képességfejlesztésről	6. oldal
3./ A kísérlet leírása	16. oldal
4./ A felhasznált feladatok kidolgozása	26. oldal
5./ A mérési anyag elemzése	63. oldal
6./ Tapasztalatok összegzése	89. oldal

Mellékletek 1-18.

Felhasznált irodalom

A dolgozatban egy a jelenleg érvényben levő általános iskolai tanterv keretei között elvégzett kísérletről és a mérési eredményekről adunk számot. Azt vizsgáltuk, hogy a tananyag feldúsításával, feladatelemző módszer alkalmazásával lehet-e iskolai körülmények között, a rendelkezésre álló órakeret mellett kimutatható mértékű változást elérni a szöveges feladatok tanítása területén. Mind a tanítójelöltek körében szerzett tanítási tapasztalatunk, mind az általános iskolai tanulók munkájának, tanulási eredményeinek megfigyelése azt mutatta, hogy különösen nagy gondot okoz tanítónak - tanulónak a szöveges feladatok tanítása, tanulása. Ennek az eredménytelenségnek nagyon sokféle összetevője lehet. Nagy valószínűséggel ezek között az összetevők között szerepel a tanterv által megfogalmazott követelményszint, a szöveges feladatok összetettsége, problémajellege. Sok esetben ezek megoldása olyan műveleti képességek mozgósítását várja, amellyel a tanulók még nem rendelkeznek, esetleg kialakításukra a megelőző időszakban nem is fordítottunk külön figyelmet. A szöveges feladatokkal kapcsolatban is igaz, hogy az életkori sajátosságok nem a gondolkodási műveletek jellegével vannak kapcsolatban, hanem azokkal a tartalmakkal, amelyeken működtetni akarjuk azokat. Mint ismeretes fontos pedagógiai feladat az összehasonlítás képességének fejlesztése az általános iskolában, holott ez kimutatottan már iskolás kor előtt kialakul, de csak akkor működik, ha ismert a szempontul választott tulajdonság. Így tehát a fejlesztéssel kapcsolatos igény kielégítése a tulajdonságok absztrakt fogalmainak kialakulását kívánja. (Nagy, 1987)

Az eredménytelenség okai között szerepel továbbá, és a kísérletünk során erre hangsúlyt is helyeztünk, hogy feladatelemzések szükségesek ahhoz (a tanítók rendelkezésére kell bocsátani ilyeneket), hogy bizonyos bonyolultságú problémák megoldhatókká váljanak. A problémamegoldás a kreativitás, a heurisztika stratégiáival lehetséges, de hogy ezekkel a stratégiákkal milyen szintű problémákat tudunk megoldani, az a tárgyi tudástól, a műveleti

képességek fejlettségétől függ. (Nagy, 1967). A fejlesztés érdekében feladatelemző módszert használtunk.

A szöveges feladatok alsótagozatos tananyagban elfoglalt helyét vizsgálva, nem kerülhetjük el az oktatás korszerűsítésére irányuló törekvések áttekintését. Mint ismeretes a törekvések külföldi és hazai képviselői között találunk a tananyag és/vagy a módszerek megváltoztatására irányulókat is. (Cuisenaire, Dienes, Pólya, Forrai, Lénárd, Varga.)

Megtalálható még ma is az előző korokban megjelenő szembenállás az ismeretek mennyisége és a képességek fejlesztése között. Itt bármelyik oldálnak a túlhangsúlyozása az egyensúly felbomlásához vezet. Az ismeretközvetítés és a képességfejlesztés között fennálló problémák megoldásán és az ellentmondások feloldásán világszerte jelentős erők dolgoznak.

Nálunk először az 1950-ben megjelenő "Számтан és mértan" tanterv célkitűzései között szerepel a valóság és a matematika kapcsolatainak a feltárása, a függvényyszerű gondolkodás alapjainak a lerakása, a felismert törvényszerűségek alkalmazása. Ez a tanterv 4. osztálytól előírta a többművelettel megoldható szöveges feladatok tanítását. Erre az időszakra esett a szovjet metodikai irodalom átvétele és direkt alkalmazása. Hatása a "szöveges feladattípusok" tantervbe kerülése esetén sajnos nem volt sikeres. Ez hosszú időre - talán még ma is vannak nyomai - meghatározta, hogy a szöveges feladatokat nem mint problémákat, hanem, mint valamilyen típusba sorolható feladatokat tekintsük és így sablonokat, képleteket keressünk a megoldási nehézségek leküzdésére. Az 1956-ban megjelenő tantervénél - kísérlet előzte meg - 2. osztálytól találkozunk a több művelettel megoldható szöveges feladatokkal. A tananyagból kimaradtak a szöveges feladattípusok. A tantervek tananyagváltozásának követése során szerzett tapasztalatunk alapján azt mondhatjuk, hogy sajnos a „fejekből” nem. (A tanítások látogatásai alapján állíthatjuk, hogy ma is van nyoma az értelmezés helyett egy képlet,

egy egyenlet, egy számfeladat "próba szerencse" alapon történő felírásának. A szövegeseknek a tananyagba kerülését nem kísérte megfelelő metodikai "támogatás". Egy 1956-ban megjelent tanulmányból idéz Pólya György A gondolkodás iskolája /1977/ előszavában: "... A jövőendő tanárok az általános iskolában megtanulják a matematika utálatát; és visszatérnek az általános iskolába, hogy új nemzedékeket tanítsanak meg erre az utálatra...", ami nagyon kemény kritikát, de a matematikatanítás eredménytelenségét ekkor világosszerte figyelembe véve, valós problémát takar.

Az 1962-ben megjelent tanterv a tananyagot az alsó tagozaton változatlanul hagyta. A tanítással párhuzamosan azonban már folytak kísérletek az eredménytelenség kijavítására.

A hazai és külföldi kísérletek közös eredménye, hogy a jelentkező problémák kis részét lehet csak a hagyományos tananyag reformjával megoldani.

Az 1974-ben bevezetett ideiglenes, majd 1978-ban az új tanterv gyökeres változásokat hozott matematika oktatásunkban. A tananyag kiválasztásánál figyelembe vették a modern matematika fő területeit és azok rendszerét, így relációk, halmazműveletek, kombinatorika, valószínűség, geometriai transzformációk stb. kerültek az alsó tagozatos tananyagba manipulatív szintre transzformálva. A feldolgozáshoz a tanulók fejlettségéhez igazodó cselekvéses tapasztalatszerzésen, problémamegoldáson alapuló módszert jelölték meg. "A követelményrendszerben nagyobb hangsúlyt kell adni a képességfejlesztésnek, a készségek fejlesztését ennek kell alárendelni" (nem vitatva jelentőségüket), olvashatjuk az új tanterv koncepcióját meghatározó irányelvek között. Az 1987 szeptemberében életbe lépő korrigált tanterv - ami várhatóan az ezredfordulóig határozza meg a célokat és követelményeket - megtartotta az 1978-as tanterv koncepcióját. A változások nem elsősorban a tananyagra vonatkoztak (bár kevesebb lett), nem a "matematika" részt csorbították, hanem főleg a személyi feltételekből adódó gondokon kívántak segíteni pl.: a tanítás mélysége, a tananyag egységes értelmezése; fogalmak

megfelelő előkészítése, érlelése; anyagrészek súlyozása; eszközhasználat összehangolása; tiszta fogalmak kialakítása; idő előtti általánosítás, szabálytanulás megszüntetése stb. (Ennek a 10 évnek a távlatából azt hiszem nyugodtan mondhatjuk, hogy a bevezetésnek csak a szükségessége volt meg, a kivitelezésre alkalmas pedagógusokkal nem rendelkezünk.)

A tanterv korrekciója a bevezetés után 10 évvel indokolt és vitathatatlanul szükséges (vannak országok pl. Japán, ahol ez tíz évenként kötelező), mégis az előző "sokkszerűen" átélt tanterv-változtatás most is éreztette hatását. "Már megint valami új" volt a legenyhébb vélemény pedagógus és talán osztályszadalmi körökben is. Az évek során (a helytelen értelmezés miatt) elhanyagolt készségfejlesztéseket most úgy állítják be, hogy ez a legfontosabb. Féltő, hogy az "útirányos" tanítást ismét a "célirányos" veszi át. A két kifejezés, elnevezés nem használatos így a szakirodalomban. Az első jól kifejezi azt, hogy kitérők, talán mellékutak is lehetnek egy-egy fogalom kialakításánál. Tekintettel lehetünk arra, hogy egy tapasztalatnak különféle egymástól erősen eltérő matematikai fogalmak elsajátítására is hatása lehet, és ezek a hatások csak évekkel a tapasztaltszerzés után figyelhetők meg. Az út megengedi a hosszabb ott-tartózkodást, a lassúbb haladást. A cél ebben az értelmezésben merevebb, kizárja a közben körülnéző, felfedező, mást is észreévő haladást. Ezt a célszemponitú tanítást segítik, vagy inkább ismerik el azok az alsó tagozaton alkalmazott év végi vagy évközi mérések, amelyek szaktanácsadók, munkaközösségvezetők által összeállított feladatlapokon szerepelnek. Sok esetben a követelményeknek sem felelnek meg, de fő hibájuk mégis az, hogy mivel a tananyag könnyen mérhető részére összpontosítanak, azt sugallják, hogy nincs is más feladat. Aki jól ismeri az alsó tagozatos tananyagot tudja, hogy sok esetben csak egy-egy fogalom előkészítését, a többféle értelmezésben rejlő lehetőség kihasználását kéri a tanterv. Aki ezt betartja, kevesebbet tud felmutatni, mint az értelmezés nélküli "ezt meg kell

tanulni" elvet valló társa. A tanterv "alkotó" tanulási helyzet megteremtését várja. Tudjuk, hogy ez érzelmi szempontból igen kényes, labilis. A pedagógus kis beavatkozással megindíthatja, vagy megállíthatja a tanulás folyamatát. A célirányos tanítással sok esetben csak ártunk a képességfejlesztésnek, amely a kapcsolatok, viszonyok, összefüggések, törvényszerűségek felismerését kívánja. Így a gondolkodás fejlesztése, amelyet annyiszor tűztünk már zászlónkra, csak szép hangzatos szólam marad. Feltételezhető, hogy ezért kinek tegyünk szemrehányást.

Nem kímélték és kímélik az iskolákat a nem kellően átgondolt intézkedések, amelyek az oktatás tartalmi és formai oldalát is érintik. Gondoljunk a képességfejlesztés lehetőségére - ha adott a jó személyi feltétel - a nagy osztálylétszámok, az iskolák hiányos felszereltsége mellett. Biztosan tudjuk, hogy sajnos a jó személyi feltétel sincs meg, nagy minőségi különbségek vannak a pedagógusok között. Egyidőben a pályán vannak képesítés nélküliek, olyanok, akik az első diplomát levelező úton szerezték; olyanok, akik az új tanterv bevezetésekor napközit vállaltak és most tanítanak.

"A nehézségek forrásai nem a gyerekek, hanem a tanárok. Különösen azok a tanárok mozdulnak nehezen, akik csak a hagyományos matematikatanítás témaköreiben és módszereiben gondolkodnak". (Dienes, 1973.)

Kinek a feladata lesz az emberi képességekben rejlő nagy tartalékok kiaknázása, amiről ebben a rossz gazdasági helyzetben egyre többet hallunk. Léteznek-e ezek a nagy tartalékok, elegendő ismerettel rendelkezünk-e magáról a gondolkodásról, annak fejlődéséről, fejleszthetőségéről, szerkezetéről, mit tudunk a képességekről, azok rendszerré szerveződéséről?

A gondolkodás fejlődése, folyamata, a problémamegoldó gondolkodás, a képességek, az alkotóképesség, a kreativitás kialakulásának, felismerésének, fejlesztésének problémája egyaránt foglalkoztatta az előző századok filozófusait, pszichológusait, matematikusait, a századforduló és a ma gondolkodóit, kutatóit. Minden pszichológiai irányzatnak megvan a maga elképzelése a gondolkodásról.

Találunk ugyan közös jegyeket, mégis nyugodtan mondhatjuk, hogy a mai napig nincs egyetértés a felvetett és a hozzájuk kapcsolódó fogalmak meghatározásában. A sokféle napvilágot látott elgondolás áttekintése szinte lehetetlen. A pszichológia, pedagógia irodalmának kedvelt területe az elgondolások különböző szempont szerinti összevetése, bemutatása. Vannak, akik a fejlődés feltételeit, okait vizsgálják és vannak, akik azt, ami fejlődik, annak szerkezetét és a fejlődés menetét próbálják megfejteni, leírni. Sokan a szélsőséges irányzatok közelítésén, összebékítésén munkálkodnak. Ezzel találkozunk például a modern behaviorizmus és Van der Geer esetében, akik az asszociáció és az alaklélektan irányzatához kapcsolódó felosztásokat próbálják közelíteni. Az első szerint a gondolkodás kapcsolatok, viszonyok kialakulása, amelynek minden új lépése a múltbeli tapasztalatok alapján magyarázható. A második szerint a gondolkodás nem más, mint feladatmegoldás, amely nem használja fel a múltbeli tapasztalatokat. Piaget munkássága nem kapcsolódik ezekhez az irányzatokhoz, egy új, más irány képviselőjeként jelentkezik. Azt kutatja, hogyan válik a külső szituációkkal kapcsolatos és azok által meghatározott reaktív gondolkodás aktívvá és a spontán, logikussá.

A gondolkodás mintaképének sokszor a matematikát tekintik és folyamatának leírásánál is azt veszik figyelembe, ahogy ez a matematikában végbemelegy. Wertheimer és Pólya nevéhez fűződően két alapvetően eltérő álláspont alakult ki a gondolkodás lefolyását illetően (bár egyik sem zárja ki a gondolkodás formális jellegét). Wertheimer szerint (aki Einstein gondol-

kodásának menetét írta le) a logikus gondolkodás bizonyítások következetes, hibákat kizáró láncolata. Pólya szerint próbálgatásokat és hibákat foglal magában, valószínű megfontolások formájában valósul meg. Mindkét álláspont magában rejti annak lehetőségét, hogy a logikus gondolkodás átvihető az elektromos számítógépek logikájába. A gondolkodó agy (természetes gondolkodás) és a számítógép (mesterséges gondolkodás) összehasonlítását Neumann János is vizsgálta. Azt találta, hogy az agyra a paralell működések a jellemzők, a számítógépekre a működések egymásutánisága. Rámutatott arra, hogy az egymás utáni és a paralell működések nem feltétlenül helyettesíthetők egymással.

Ez a megállapítás azt takarja, hogy a matematikában a megismerés folyamata nem vezethető vissza algoritmusok felállítására. Ez a megállapítás felmentést ad sokunknak, akik a szöveges feladatok megoldása, vagy annak tanítása során nehézségekbe ütköztünk. Pólya ugyanis ezzel a megállapítással ellentétben azt írja a szöveges feladatok egyenlettel történő megoldásáról, hogy az "Egyenlet felállítása olyan művelet, amely hasonlít az egyik nyelvből a másik nyelvre való fordításra ... azok a nehézségek, amelyek egyenletek felállításakor felmerülnek, fordítási nehézségek." (Pólya, 1977. 89.o.)

A gondolkodás fejlődését figyelve lényeges változás állt be azzal a megállapítással, hogy az értelem fejlődhet. Ugyanis a 19. század elején a képességeket az ember vele született tulajdonságának tartották és az agy egyes pontjaihoz rendelték (Gall).

A hagyományos lélektan szerint az értelmi fejlődés az érzékeléssel kezdődik és a gondolkodással zárul. Piaget és Wallon (bár volt felfogásukban eltérés) úgy találta, hogy a gondolkodás a cselekvésből ered. A követők között a fejlődés menetét illetően eltérés mutatkozott abban, hogy a "gondolattól a cselekvésig" vagy a "cselekvéstől a gondolathoz" vezető úton valósul-e meg.

Vannak, akik érési folyamatként tekintik a gondolkodást, és a fejlődést úgy képzelik el, hogy folyamatosan növekszik az öröklött adottságok kapacitása. Így tehát mennyiségi fejlődésként értelmezik a gondolkodást. Ehhez az értelmezéshez kapcsolódik az intelligencia hányados (IQ) vizsgálata, ami a szellemi életkor és a tényleges életkor hányadosa által meghatározott mutató.

A pedagógiai írásokban - amikor a gondolkodás fejlesztéséről olvasunk - ez általában a gondolkodási műveletek fejlesztését és a problémamegoldás gyakorlatát takarja. A pszichológia a problémamegoldás folyamatában ket-
tős szerkezeti felépítést mutatott ki: a gondolkodás fázisait és a gondolkodási műveleteket. Ha megnézzük, hogy a szakirodalom mit sorol a gondolkodási műveletek, illetve a gondolkodás fázisai közé, akkor egy furcsa "elegy" kerül elénk. A műveletek skálája a változatosabb.

Szerzőktől függetlenül néhány közülük: viszony megállapítása; kérdés megfogalmazása; osztályozás; értékelés; vázlatkészítés; szabály alkalmazás; kritika; vita; hasonlóság és különbség felismerése; meghatározás és leírás készítése; logikai egymásutániságok megállapítása stb.

Lénárd Ferenc a pszichológiai előzményekre és saját megfigyeléseire támaszkodva - amelyeket a problémamegoldások alkalmával figyelt meg -, adja annak összefoglalását, amit a pszichológia a gondolkodási műveletek területén elért (leszámítva a Piaget-iskola eredményeit). Az általa értelmezett műveletek nagyobb része régóta tanulmányozott pszichológiai jelenség. Ezeket - analízis; szintézis; elvonás; összehasonlítás; elvont adatok összehasonlítása; összefüggések felfogása; kiegészítés; általánosítás; konkretizálás; rendezés; analógia - a műveleteket a problémamegoldás folyamatában igazolta. Így mondhatjuk, hogy ez egy tapasztalatilag igazolt műveletsor, amely azonban nem tekinthető egy elméletileg igazolt rendszernek. Ezek között - Lénárd szerint - vannak elemi-, mint az analízis és a szintézis, vannak összetett- és többszörösen összetett műveletek.

Azt azonban nem tudjuk, hogy ezen kívül vannak-e még gondolkodási műveletek, és alapjában az sem derül ki, hogy ezek ténylegesen azok.

A gondolkodási folyamat főbb fázisainak megállapításánál is különböző elképzelésekkel találkozhatunk. Egy ilyen elképzelés - Lénárd közvetítésével - Wallastól származik: előkészítés (preporáció); lappangás (inkubáció); megvilágosodás (illumináció); igazolás (verifikáció).

Pólya György ugyancsak négy lépést értelmaz, amelyet gondolati úton (nem kísérlet alapján) állapított meg.

Ezek: a feladat megértése; tervkészítés; terv végrehajtás; megoldás vizsgálata.

Lénárd a gondolkodás fázisait is kísérletek során állapította meg, a mellékes mozzanatok szakaszában tekintetbe vette az érzelmekeket, mint a tevékenységek kísérő jelenségeit.

A nála található fázisok: ténymegállapítás; probléma módosítása; megoldási javaslat; kritika; mellékes mozzanatok.

A hosszabb gondolkodási folyamatot igénylő problémák megoldásában a gondolkodási folyamat makro- és mikrostruktúrája (fázis; művelet) együttesen vesz részt. Ez úgy valósul meg, hogy a gondolkodási műveletek a problémamegoldás folyamatában előkészítik a gondolkodási fázisok eredményes alkalmazását, és ezzel a problémák eredményesebb megoldásának útját egyengetik.

A fejlődés értelmezésének szempontjából feltétlenül azok az elméletek eredményesebbek, amelyek bizonyos összetevők elsajátításából, azok összeépüléséből indulnak ki. Az összetevőket, az összeszerveződési folyamatokat, valamint a nagyobb egységek struktúráit igyekeznek feltárni. Szerzőktől függően találkozunk műveletek, sémák, mechanizmusok, képességek, operátorok stb. kifejezések használatával, amelyek tartalmukat tekintve is nagy változatosságot mutatnak.

Piaget egész elmélete a művelet fogalmára épül, a gondolkodást a műveletek kialakulásának és változásainak szempontjából vizsgálta és azt talál-

ta, hogy a matematika legáltalánosabb struktúrái és a gondolkodás alapvető struktúrái megegyeznek. Ebben a megfogalmazásban benne van annak a lehetősége, hogy a gondolkodás fejlesztését a matematikára hárítsuk. Biztosan mondhatjuk, hogy a valóság sokfélesége nem férhet és nem fér bele a matematika tantervi anyagába és így a gondolkodás alapvető struktúráinak fejlesztésére egyedül ez a tárgy nem képes. Változatos (számbeli és tartalmi) formában kell az adott struktúrákkal találkozni ahhoz, hogy egy művelet szabályrendszere kialakuljon, és a struktúra belsővé váljon. A különböző tantárgyak konkrét struktúráiban rejlő gondolkodásfejlesztő lehetőségek feltárását végzi 1985 óta Nagy József vezetésével a JATE Pedagógiai Tan-
székének kutatócsoportja.

Piaget az értelmi fejlődést három nagy periódusra bontja, majd ezeken belül szakaszokat, alszakaszokat jelöl meg. Az értelmi fejlődés periódusait életévhez kötötte, bár munkájában jelzi, hogy bizonyos eltolódások jelentkezhetnek azonos életkor esetén a kialakulási folyamatban. Ez a tagolódás nem veszi figyelembe többek között a környezet, a tanulás, a gyakorlások fejlődést meggyorsító szerepét. Feltételezi olyan műveletek meglétét a 3. befejező szakaszban, amelyekkel talán a felnőttek között is csak egy szűk csoport rendelkezik (rendszerezési képesség fogalmi szinten), és olyanok megjelenését, amely manipulatív szinten már jól működik, ezt a szakaszt megelőzően is (kombinatorikai műveletek).

Rendszerét a műveletek kiépülésére építi, mégsem beszélhetünk nála a "nagy" rendszer kialakulásáról, a műveletek, műveletrendszerek összeépüléséről, mert munkájában műveleti és művelet előtti szakaszt különböztet meg.

Piaget által használt periódusok:

1. Az érzékszervi-mozgásos értelem periódusa /0-2. év/;
2. Az osztályozási, viszonyítási és számlálási konkrét műveletek előkészítésének és szerveződésének periódusa /2-től 11-12. év/;

3. A formális műveletek periódusa /13-14. év/. /Piaget, 1970./

Ezeket a periódusokat szakaszokra, majd alszakaszokra bontja.

Így a második periódus szakaszai:

1. A műveletek funkcionális előkészítése;
2. A konkrét műveletek szakasza.

(Konkrétnek azokat a műveleteket tartja, amelyek manipulálható tárgyakon valósulhatnak meg, tényleges vagy közvetlenül elképzelhető manipulációkkal.)

Ebben az időszakban megjelenő struktúrákat "csoportosításnak" nevezi.

Ide tartoznak pl. osztályozás, soralkotás, tagonkénti megfeleltetés.

Piagetnél a három periódus tulajdonképpen egyensúlyozási folyamatok egymásutánja, amely a végső egyensúly szintjéig, a 13-14. életév táján, a formális műveletek periódusában jut el. Az egyensúlyt a reverzibilitás jellemzi, amely két formában jelentkezik, mint inverzió és mint reciprocitás. A 3. periódust megelőző időszakban ezek a folyamatok egymás mellett haladnak. A formális műveletek szakaszában ezek egy rendszerre kapcsolódnak össze, a négyes átalakítás (INRC) csoportjává.

A gondolkodás egy áttérés kevésbé kiegyensúlyozott állapotokból jobban kiegyensúlyozott állapotba, tehát az egyensúly és a struktúra a gondolkodás két egymást kiegészítő oldala.

A formális műveletek periódusában találjuk először a kombinatorikai műveleteket. Itt jelenik meg az ítéletek logikája (állításokkal és a hipotézisekkel kapcsolatos okfejtés képessége), valamint annak a képessége, hogy két viszonyítási rendszerben egyidejűleg következtessünk.

A gondolkodás fejlődésénél csak egy szempontot figyelembe venni (pl. strukturálódást), óhatatlanul megoldhatatlan probléma elé állítja az egész elképzelést. Ez természetesen jelentkezik a Piaget-modell esetében is, vitathatatlan érdemei és egy alapjaiban új irány kijelölése mellett.

Az iskola eredményei alátámasztják azt az elképzelést, amely szerint az intellektus hierarchikusan felépülő koherens rendszer. Nála ez a műveletek strukturálódásának leírásában jelentkezik.

Így tesz különbséget konkrét és formális műveleti szint között. Az értelmi műveletek elméletileg megalkotott rendszerét kísérletileg igazolta.

Úgy találta, hogy előbb kialakul, a serdülőkor kezdetéig, a "viszonyok és osztályok" logikája, ez egy alacsonyabb rendű, merevebb struktúra (vagy inverzióra vagy reciprocitásra képes), majd a formális szinten egy rugalmasabb, minőségileg magasabbrendű struktúra épül ki. Az egyik szintről a másikra való átmenet nem ugrásszerűen valósul meg. A fejlődésben két lényegesen különböző struktúra jelenik meg. (A már említett hiányosság következménye, hogy a nagy rendszer nem jelenhet meg.)

A pedagógiai gyakorlatban való alkalmazhatóság miatt feltétlenül szükség lenne a gondolkodási műveletek részletesebb feltárására. Piaget kísérleteiben szereplő feladatok problémamegoldó gondolkodást követelnek, ahol a feladatmegoldás műveletek egyidejű működésével valósul meg. Így az egész rendszer fejlődését lehet bemutatni, de az nem mutatható ki, hogy milyen műveletek, milyen szerepet játszanak és ezek a műveletek hogyan fejlődnek. Az egyes műveletek kialakulásáról, valamint rendszerre való összeépüléséről is keveset tudunk. Kérdés továbbá, hogy az itt szereplő műveletek gondolkodási műveletek-e, a gondolkodás fejlesztése szempontjából mely műveleteknek van kitüntetett szerepe.

Piaget munkásságához kapcsolódó műveletek (amelyek kétségtelenül a matematikához kötődnek) a pedagógiai gondolkodásba kezdenek bevonulni, ennek az iránynak hazánkban legjelentősebb úttörője a JATE Pedagógiai Tanszékének Nagy Józsefhez kapcsolódó csoportja.

Kutatásuk a Piaget-iskola kiterjesztésének tekinthető a pedagógiai alkalmazhatóság szempontjából. Vállalkoznak a gondolkodási műveletek

részletesebb feltárására, elsajátítási, fejlődési folyamatuk bemutatására. Piaget által használt (bevezetett) műveletek összetevőinek meghatározására, valamint a bonyolultabb rendszerek összeépülésének nyomon követésére. Azt vizsgálják, hogy a probléma hibás és/vagy részleges megoldása a struktúra elsajátításának milyen stádiumát mutatja. A gondolkodási műveletek kialakulását tanulási folyamatként fogják fel, amelyre hatással vannak a társadalom és a mikrokörnyezet lehetőségei, szükségletei. A folyamat hatékonyságát pedig befolyásolják a funkcionális adottságok, a szükségletek, a motivációk közötti különbségek.

A gondolkodási műveletek, műveletegyüttesek feltárásához elengedhetetlen a gondolkodás fogalmának tisztázása.

Gondolkodásnak az olyan tevékenységet nevezzük, amely egy meglévő tudásból új tudást hoz létre (Nagy, 1987.)

Tevékenységeknek, de nem gondolkodásnak tekinthető a rutinszerűen működő készség.

Lehet új tudás az információval szerzett tudás, de ez nem kapcsolódik a gondolkodáshoz, mert nem magunk hozzuk létre meglévő tudásunk felhasználásával.

A csoport kutatása négy egymásra épülő, egymással összefüggő, de mégis önálló képességrendszer feltárásához vezetett. (Rendszerezési; kombinatív; logikai/nyelvi; bizonyítási.)

Kimutatták az egység létezéséhez a képességrendszerek összefüggését, hierarchikus rendszerét, az egyes képességrendszeren belüli kisebb egységeket, valamint az ezeket felépítő műveleteket. A képességrendszer hierarchikus felépítése leegyszerűsítve bemutatatható úgy, hogy a rendszer alapját a rendszerezési képesség alkotja, ehhez kapcsolódóan indul meg a kombinatív képesség fejlődése. A fejlődés megindulásához szükség van a rendszerezési képesség kétváltozós műveleteinek működésére. Verbális szinten indulhat meg a logikai képesség fejlődése, ehhez már a legegyszerűbb

kombinatív műveleteknek működniük kell. Ezután lép be a felépülésbe a bizonyítási képesség, amely már a kijelentések igazságának eldöntését végzi a dolgok és kijelentések közötti viszony felismerése alapján (ez a képesség még feltárássra vár). A képességrendszer fejlődése több dimenzió mentén zajlik. Ezek közül csak egynek a figyelembevétel, kiemelése a rendszer leírhatatlanságához (megingásához) vezethet (Piaget csak a struktúrára volt tekintettel).

A teljességre való törekvés pedig a kezelhetőséget, áttekinthetőséget tenné lehetetlenné. Nagy József négy dimenziót (struktúra, működés, absztrakciós szint, szabályozási szint) jelölt meg a fejlődés jellemzésére. Ez az így felépített rendszer túlmutat a ma élő generációk fejlettségi fokán. Úgy találta, hogy a felnövekvő generációk számottevő hányada jutott el az alternatív gondolkodástól az egyszerű gondolkodáshoz, és megkezdődött a komplex gondolkodás kialakulása. (Nagy, 1987)

A gondolkodás kiépülése megkezdődik a megnevezés, az index képzés, a gondolatképzés megindulásával.

Egyszerűnek nevezzük azt a gondolkodást, amely vagy a műveletfajtákat, vagy a szempontokat tekintve átlépi a második dimenziót, de az áttekinthetőséget, kezelhetőséget meghaladó dimenziószám alatt marad (Miller-féle törvény). (Nagy, 1987)

A komplex gondolkodás kialakulása megindul, ha a műveletfajták és a szempontok száma is meghaladja a kettőt, verbális fogalmi szint, valamint szabálykövetés, szabálytudat a feltétele. (Nagy, 1987)

A fejlődést a választott szempontok bonyolult kölcsönhatása jellemzi. Diszkrétnek tekintjük a fejlődést abban az értelemben, hogy egy-egy pszichikus rendszer adott szinten létrejött, kialakult, vagy nem. Ugyanaz a struktúra pl. különböző absztrakciós szinteken működhet.

Nagyon különböző életkorban alakulnak ki-bonyolultsági fokuktól és absztrakciós szintjüktől függően - a műveleti képességek műveletei. Mérések azt is

feltárták, hogy nagyok az egyéni különbségek egy-egy évjáraton belül is.

A képességek sajátos kapcsolatban vannak egymással, felépülésükre a hierarchia jellemző mutatták ki a problémamegoldás stratégiájának feltárásán dolgozó kutatók megfigyelései, kísérletei, mérései.

A képességek kifejlesztésében az időfaktort nem az életévekkel kell mérnünk, hanem a képességek egymásra épülésével. Ha egy képesség megszerzéséhez másikakra szükség van és ezek nincsenek meg, akkor ez akadálya a többi képesség fejlesztésének. Az életkori sajátosságok azokkal a tartalmi adatokkal vannak szoros kapcsolatban, amelyeket a gyakorlásra felhasználunk és nem a gondolkodási műveletek jellegével.

Különböző képességeket különböző, nekik megfelelő tevékenységek alakítanak ki.

Nem kellően fejlett műveleti képességekkel bizonyos problémákat föl sem lehet fogni, nemhogy megoldani. Sok esetben a műveleti képességek kialakatlansága okozza azt, hogy egyszerű feladatok esetében is problémák jelennek meg. Ilyen esetben nem segít a megoldási stratégiák szakadatlan gyakorlása. A formális gyakorlásnak minimális a fejlesztő hatása. A műveleti képességek fejlesztése úgy a leghatékonyabb, ha saját felismeréssel, azaz problémamegoldással zárul a még nyitott program. A tárgyi tudástól, a műveleti képességek fejlettségétől függ, hogy milyen bonyolultságú problémákat tudunk megoldani.

A képességfejlesztés problémáinak megoldására sokan vállalkoztak, sokféle megoldással kísérleteztek és kísérleteznek. Találkozhatunk olyanokkal, amelyek a gondolkodás fejlesztését speciális módon, tananyagtól független, úgynevezett gondolkodásfejlesztő tréningekkel akarják megoldani. Reálisabbak, több sikerrel kecsegtetnek azok a kísérletek, amelyek a gondolkodásfejlesztést a tananyaggal összekapcsolva akarják megvalósítani.

A tanórát, a tananyagot kívánják a gondolkodás fejlesztésének szolgálatába állítani. Nálunk is voltak, vannak ilyen kísérletek más-más indíttatással Kelemen, Lénárd, Nagy, Zsolnai nevéhez fűződően.

Az 1987-88-as tanévben feladatelemező módszer felhasználásával gondolkodási képességek fejlesztését végeztük Bács-Kiskun megye néhány általános iskolájának negyedik osztályaiban.

A kísérlet során felhasznált feladatok a matematika tantervi anyag szöveges feladatok résztémához kapcsolódtak. E résztéma tananyaga jól tükrözi a matematikatanítás új szemléletét. Itt nem a műveletek gyakorlását szolgálják a szöveges feladatok, hanem mint problémák jelennek meg.

A tanítók jelzése alapján választottuk ezt a résztémát, mivel ennek a tanítása okozza a legtöbb gondot.

Egyrészt a rendelkezésükre álló dokumentumok nem tartalmazzák a feladatok feldolgozási lehetőségeinek bemutatását, másrészt a feladat egészének nincs tanult megoldása, sok esetben intuíciónak van szüksége. Tapasztalhatjuk, hogy ha valaki rendelkezik a szükséges tudással az még nem garancia a sikeres megoldáshoz. Itt a meglévő tudásból indukció segítségével kell új tudáshoz jutnunk. Ez az induktív funkció akkor működőképes, ha rendelkezünk megfelelő ismeretekkel, a szükséges operátorokkal és ezeket mozgósítani is tudjuk a probléma megoldására.

A szöveges feladatok megoldása során a tudás induktív funkcióját kell értékelni és ezt nagyon nehéz. Sikeres megoldás esetén mondhatjuk, hogy a tudás mobilizálható volt. Ha azonban sikertelen, nem tudjuk megmondani, hogy ez minek a következménye. Pont úgy lehet oka a szükséges tudás hiánya, annak mobilizálhatatlansága, az induktív gondolkodás kialakulatlansága.

Az egyéni tevékenységek alapján vonunk le következtetést a kísérletre vonatkozóan a dolgozatban. A fejlesztő hatást annak alapján mérjük, hogy az átalakító funkcióban megnyilvánuló tudásnak milyen a produktuma.

A kísérlettel szeretnénk igazolni, hogy:

1./ kevesebb lesz azoknak a száma:

- a) akik nem kezdenek hozzá a feladatok megoldásához,
- b) akik az adatokat valamilyen módon, véletlenszerűen kapcsolják össze
(nem a kapcsolatok alapján)
- c) akik minden kritika, minden ellenőrzés nélkül elfogadják a
számítások során kapott számadatokat,

2./ a feladatok dúsitásával kimutatható fejlődés érhető el a képessé-
gek fejlesztése terén,

3./ a feladatelemző módszer alkalmazásával kimutatható fejlődés ér-
hető el a szöveges feladatok megoldása terén,

4./ akik még teljesen önállóan a kapcsolatok elemzésére, felfedezé-
sére képtelenek a segítő kérdések alapján a probléma megoldásá-
hoz eljuthatnak.

A kísérletben részt vevő iskolák kiválasztása sorsolással történt a
megye Művelődési Osztályán levő általános iskolák jegyzéke és egy erre
a célra készült számítógépes sorsoló program segítségével. Így a mintába
került 12 iskola, ezeket lépcsőzetes sorsolással (város, falu) két cso-
portba osztottuk a kísérleti és a kontrollcsoport kialakítása miatt.

A kísérleti csoportba: Baja (Ortutay Gyula Ált. Művelődési Központ)

Kalocsa (Vén József Általános Iskola)

Kalocsa (I. István Általános Iskola)

Csátalja

Nagybaracska

Vaskút,

a kontroll csoportba: Baja (Központi Általános Iskola)

Bácsalmás

Kiskunhalas (Ált. Műv. Központ Általános Iskolája)

Bácsbokod

Bácsborsod

Bátmonostor került.

Ennek a 12 iskolának 375 (181, 194) tanulója került a mintába. Ez a létszám 284-re (142; 142) csökkent, mert mind a leírásnál, mind a statisztikai számításoknál csak azoknak a munkáját vettük figyelembe, akik mindhárom mérésen részt vettek.

Az 1986-87-es tanév végén (3. osztály) előmérést végeztünk. Úgy gondoltuk, ez az időpont a kezdő szint megállapítására alkalmasabb, mint a 4. osztály kezdete. A nyári szünet során bekövetkezett felejtés nem befolyásolja a tanulók eredményét. Az év eleji ismétlés idejét is már az összeállított feladatok megoldására tudtuk felhasználni, így mondhatjuk, hogy egy teljes tanítási év állt rendelkezésünkre.

A kísérlet során a tantervi anyagot és annak elrendezését változatlanul hagytuk. A tanítók saját - a központi tanmenetjavaslat alapján készített - órabontású tanmenetükkel dolgoztak, ezek egységesítésére nem törekedtünk. Szöveges feladat feldolgozást az év során általában 70-80 órára terveztek, így ezekre az órákra osztották el - tetszésük szerint - az általunk készített, illetve válogatott 45 db (15 x 3) feladatot. Nem volt célunk a kísérlet során a szöveges feladatok résztema tantervi anyagának teljes lefedése, mindössze három területet választottunk ki. Az első (A) az egy megoldású talán "szokványosnak" nevezhető feladatok, a második (B) a több megoldású, a harmadik (C) a nem megoldható feladatok köre.

(1. sz. melléklet)

Természetesen ezeken a csoportokon belül változatosságra törekedtünk. Találhatók a feladatok között a műveletek számát tekintve egyszerűek és összetettek. A szövegezés szerint egyenes és fordított szövegezésűek, a feltételek és/vagy az adatok miatt nem megoldhatók, vagy éppen több megoldásúak. Ezeknek a feladatfajtáknak a kiválasztását óralátogatási tapasztalataink, a szaktanácsadók és a tanítók kérése is befolyásolta.

Az "A" csoportba tartozókkal találkoztunk a legtöbbször, a hagyományos tantervben is ez szerepelt, így mondhatjuk, hogy talán ezek a legismertebbek a tanítók körében. A másik két csoportba tartozó feladatok a szövegesek tanításának perifériáján vannak. Ennek oka többek között, hogy a működő pedagógusok átképzésére biztosított órakeretet elsősorban a teljesen új tantervi témakörök (halmazok, logika, relációk, számrendszerek, kombinatorika, valószínűség, statisztika, transzformációk stb.) megismertetésére kellett fordítani. Továbbá a rendelkezésre álló dokumentumokban - kézikönyv, tankönyv, feladatgyűjtemény, munkafüzet - lényegesen kevesebb feladatot találhatunk ebből a fajtából. Azt várni, hogy a több tárgy tanításával terhelt tanítók önállóan bővítsék a választékot, azaz készítsenek feladatokat azt hiszem hiú ábránd. Tanítói segédkönyv - a tanári kézikönyv mintájára -, amely a megjelent feladatok feldolgozásában eligazítást adna nem készült még, de tudomásunk szerint tervezés alatt sincs.

A kísérleti és a kontroll csoportban tanítók is (egy tanító csak az egyik csoportnál lehet) megkapták a feladatokat (1. sz. melléklet).

A tanulók részére is biztosítottuk ezeket. Ők nem egyszerre kapták meg a 45-öt, hanem akkor osztotta ki a tanító, amikor egy-egy feladat feldolgozásra került. A kísérleti csoportban tanítóknak egy általános útmutatót (2. sz. melléklet) is adtunk a kidolgozott feladatok mellé. Ez azokat a lépéseket tartalmazza, amelyek betartását minden feladat megoldása során fontosnak tartottunk. Az írásos anyag mellett szóbeli tájékoztatót is adtunk - egyénileg felkeresve a tanítókat - az általunk alkalmazni kívánt módszerről (1967 augusztusában). Lehetőséget biztosítottunk a tényleges tanítás közben jelentkező problémák megbeszélésére is. Ezzel a lehetőséggel az induláskor többször éltek a tanítók, de örömünkre szolgált, hogy hamarosan (5-6 hét) átvették a feldolgozásra vonatkozó elképzelésünket, és az általunk elgondolt algoritmus jól működött.

Munkaformának elsősorban a frontális osztálymunkát javasoltuk, mert úgy ítéltük meg, hogy ez a tanítónak több lehetőséget biztosít a kapcsolatok, összefüggések felfedeztetésére, a fontos, meghatározó részek kiemelésére. Külön felhívtuk a tanítók figyelmét a kérdések megfogalmazására, arra, hogy azok gondolkodtatók és ne eldöntendőek legyenek.

Egy-egy feladaton belül - a közös indítás után - lehetőség nyílt önálló munkára és differenciálásra is. Erre a feladatok kidolgozásakor utaltunk. A tanítónak lehetősége volt arra, hogy egy-egy feladatot önálló munkára adjon, de ekkor az ellenőrzés során hangsúlyosan kellett a kapcsolatok, összefüggések elemzését elvégezni.

Az általunk adott feladatok közül a tanító házi feladatot nem adhatott.

A kontroll csoportban tanítók csak a feladatokat kapták meg (tanító, gyerek egyaránt), a feldolgozás módjának, a munkaformának a megválasztását itt a tanítóra bíztuk. A kérésünk mindössze annyi volt, hogy ezeket a feladatokat a tanév során oldják meg.

A feldolgozásra fordított idő feladatonként eltérést mutatott, 10-16 percet szántunk a feldolgozásra. Nem tettünk megkötést arra vonatkozóan, hogy a tanóra mely részén foglalkozzanak a feladattal.

A kísérleti osztályokban a tanítás a következők szerint történt. Mint említettük egy írásos, rövidített útmutatót (2. sz. melléklet) kaptak kézhez a kísérletben résztvevő tanítók. Ennek részletes ismertetése és értelmezése a szóbeli tájékoztatón történt az alábbiak szerint.

Az első lényeges utasítás a feladat megismerésére vonatkozik. Azt tapasztaltuk, hogy a nem megfelelő olvasási készség nagymértékben hátráltatja a matematikai feladatok megoldását. Ezért azt tartottuk fontosnak először, hogy ebben egységesek legyünk. Érdeklődésünkre a tanítók elmondták ezzel kapcsolatos szokásaikat. Az általuk használt módok közül néhány: a tanító fololvassa (kétszer-háromszor) a feladatot; egy gyerek olvassa fel, a többi figyel; közösen olvassák el; mindenki önállóan olvassa.

Úgy ítéltük meg, hogy a szöveggel való megismerkedés sarkalatos része a probléma megértésének. Ezért fontosnak tartottuk, hogy mindenki aktívan vegyen benne részt, és azok a tanulók se kerüljenek matematika órán hátrányos helyzetbe, akik olvasásból - sajnos - ilyen tűrhetetlen helyzetben vannak.

Két lehetőség közül lehetett választani:

1/ A tanító hangosan elolvassa a feladatot és a tanulók az előttük levő szöveget figyelve hallgatják, majd ezután mindenki néma olvasással önállóan ismerkedik a feladattal.

(Ebben az esetben úgy gondoljuk, hogy a tanító olvasása alapján arról a szituációról, amiről a feladat szól lesz elképzelésük, majd az önálló olvasás során egy-egy részletre is fel tudnak figyelni.)

2/ Most a tanuló próbálkozzon meg először az önálló olvasással (a szituációra vonatkozó elképzelését meg is fogalmazhatja, esetleg le is rajzolhatja), majd ezután a tanító hangsúlyos olvasással segítse a szöveg biztos megértését.

Természetesen már ennél a résznél is nagy különbségek lehetnek a gyerekek munkájában. Ezért lehetőséget adtunk a jobbaknak (gyorsabbaknak) egy sablonos rajz készítésére, és ugyanakkor fontosnak tartottuk - a gyengébbek miatt - azt, hogy a tanító kezében maradjon a szöveg olvasása. Az elolvasás után kell azokat a kifejezéseket megmagyarázni, amelyek a gyerekeknek esetleg ismeretlenek. Többször van szükség a köznapi életben használt kifejezések pontosítására, jelentésük tisztázására.

Az "elképzelés, sablonos rajz"-lépéshez tartozik a szövegben felismert, megismert helyzet elmondása, lerajzolása a "miről szól" a feladat kérdés alapján. Az így készített rajz sok esetben nem alkalmas még a feladat megoldására, csak azt tükrözi, hogy mi játszódik le a tanulók gondolkodásában a szöveg hallatán. Célunkat - az elképzelés megfogalmazásával, a rajz készítésével - így fogalmazhatnánk meg: addig ne vegyél ceruzát a kezébe, amíg nem tudod miről szól a feladat! Ezt az a tapasztalatunk váltotta ki, amelyik azt igazolta, hogy a gyerekek a feladat elolvasása után azonnal elkezdenek a számadatokkal műveleteket végazni. Dolgoznak függetlenül attól, hogy milyen kapcsolat van az adatok között és nem figyelnek arra sem, hogy milyen mennyiségekkel van dolguk.

A "saját vélemény" rövidítés alatt a megoldásban való érdekeltséget szeretnénk biztosítani. Úgy gondoltuk, hogy ha sikerül állásfoglalásra bírni a tanulót (akár egy kérdés alapján is), akkor már az igazát akarja bizonyítani (jól gondoltan!) és ez a motivációk sorában nem elhanyagolható.

Itt - vagy az előző rész valamelyikénél - nyílik lehetőség bizonyos nevelési feladatok elvégzésére, a gyerekek megismerésére - vélekedésük alapján -, esetleg a környezet, a világ megismertetésére. Természetesen jelen van itt az elkalandozás veszélye is, de a személyiségfejlesztés miatt nem hagyható el ez a lehetőség.

Fontos, hogy közös munka legyen az adatok kigyűjtése, rendezése, az

összefüggések vizsgálata. Lényegesnek ítéljük a tanítói táblai munkáját, amely mintát ad az elrendezéshez, az alkalmas rövidítések, jelölések bevezetéséhez. A gyakorlatban elhanyagolt a füzetek külalakja, áttekinthetősége, sokszor ez az oka annak, hogy a tanulók munkáját nem tudjuk értékelni.

Fontos az adat-kigyűjtést úgy végezni, hogy ennek alapján a feladat rekonstruálható legyen. Ennél a résznél gyakran előfordul, hogy célszerű a szövegben adott sorrenden változtatni, esetleg az adatokat csoportosítani. Szükséges lehet a szövegben szereplő összefüggések átfogalmazása.

Gyakran kínálkozik lehetőség olyan rajz készítésére, amely a megoldásban segít. (Esetleg már a rajzról leolvasható a megoldás; vagy a nyitott mondat felírásához szükséges összefüggést jól mutatja.)

Az ismeretlen(ek) jelölésére a "mit keresünk" kérdés alapján legkésebb az adatok kigyűjtése után kell módot keríteni. A korrekciós tanterv úgy rendelkezik, hogy alsó tagozaton maradjon meg a "keret" jelölés, tehát ne vezessünk be betűjelölést!

A számítások elvégzésére, az ismeretlen meghatározására többféle lehetőségünk van. A tanterv is nagy teret enged ebben, mert tananyagában az szerepel, hogy "találjunk modellt" a feladat megoldására. Tapasztalatunk szerint - a tanítások során - legtöbbször a nyitott mondat felírását kérik a tanítók, és ezek megoldása miatt olyan módszereket (lebontogatás, mérlegelv) is megtanítanak, amelyek nem tartoznak az alsótagozat tantervi anyagához. A függvényyszerű gondolkodás fejlesztését, a kapcsolatok állandó figyelembevételét nagyon jól szolgálják a próbálgatással, az okoskodással, a táblázattal történő megoldások. Ezekkel a modellekkel történő megoldások során sok esetben már közben ellenőrzést is végzünk, könnyebben megtaláljuk a több megoldást.

A következő lépésként jelöltük meg az útmutatóban az ellenőrzést. Ehhez tartozik - a megoldásnak az eredeti szöveggörnyezetbe való behelyettesítésén keresztül - meggyőződni arról, hogy tényleg a probléma megoldását kaptuk-e. Továbbá fontos része az ellenőrzésnek a megoldás valószínűséggel való összevetése, ami esetenként a feltételnek megfelelő megoldásról megállapítja, hogy mégsem lehet megoldás (pl. a tanulók száma nem egész szám; nem létező hőmérséklet, sebesség, életkor stb.). Ennél a lépésnél kell megemlíteni annak igazolását, hogy nincs más megoldás. A bizonyítási igény fejlesztése feladataink közé tartozik, de ezt természetesen csak alsótagozatos szinten végezhetjük, így a bizonyítások sok esetben konkrétak, tényleges tevékenységhez, manipulációhoz, esetleg képi szinthez kapcsolódók.

Utolsó lépésként említjük - szigorú értelemben lehet, hogy nem is tartozik a feladat megoldásához - a válaszadást a feltett kérdésre, amely egy utolsó visszahatást tesz lehetővé a feladat kérdéséhez. Ez a lépés a probléma zárásán túl, a szabatos, szép beszéd fejlesztését is szolgálja.

Ennek az útmutatónak a részletes ismertetése után kapták meg a tanítók a kidolgozott feladatokat. Igyekeztünk többféle megoldási lehetőséget bemutatni egy-egy feladat esetében. Természetesen nem azzal a szándékkal, hogy egy tanítási órán mindegyiket csinálják meg. Ezek közül választhattak aszerint, hogy az egyéniségüknek melyik módszer felel meg legjobban, hogy a gyerekek ismeretei melyik alkalmazását kívánják meg, az órán szereplő többi témakörhöz melyik illik a legjobban stb. Igyekeztünk a feldolgozás során olyan részeket is beiktatni, amelyek önálló munkát (és így esetleg pontozást), vagy differenciálást tettek lehetővé. Minden feladatot kidolgoztunk, de sok esetben ennek részletes leírása nehezkesebb, hosszadalmasabb, mint a feladat megoldása. A tanítókkal történt megbeszélés alapján ezért ezt a teljes részletességet

írásban már elhagytuk, csak a főbb lépéseket, utalásokat tartottuk meg. Célunk - amellet, hogy az általunk adott feladatokat elemző módszerrel oldják meg - az is volt, hogy a tanítókat megtanítsuk a módszerre, arra, hogy ne csak reprodukálásra legyenek képesek. Ez azért volt fontos számunkra és számukra is, mert mint említettük nem a teljes tantervi anyagot fedtük le, nem minden órára terveztünk feladatot. Ahhoz, hogy ez a módszer működjön, megerősítést kell, hogy kapjon minden alkalommal. Ahhoz, hogy a gyerekeknél kialakuljon ~~minden~~ minden órán így kell dolgoznunk.

A bemutatott útmutató alapján, a megjelölt lépéseket figyelembe véve a feladatok részletes feldolgozása a következő módon történt.

I. Az "A" csoportba tartozó feladatok:

1. Ceruzát és radírt vettem a boltban. Egy ceruza 4 forintba, egy radír 3 forintba került. Hány ceruzát és hány radírt vettem, ha 17 forintot fizettem?

Kétféle dolgot vásároltam, nem tudom, hogy melyikből hány darabot, de összesen 17 forintot fizettem.

Ha egyéni véleményre vagyunk kíváncsiak, kérdezhetjük például, hogy "szerinted melyikből vettem többet?"; "hány ceruzát vettem?" stb.

A kapcsolatot a "vettem-fizettem" szópár fejezi ki. Fontos összefüggés a feladat szempontjából, hogy az egységár ismeretében hogyan tudom meghatározni a "valamennyi" darab árát. Erre vonatkozóan a feladat szövege nem tartalmaz utalást, ezzel az ismerettel a tanulóknak már rendelkeznie kell.

Adatok kigyűjtése:

1 db ceruza ára: 4 Ft

1 db radír ára: 3 Ft

Összesen fizettem: 17 Ft-ot

Hány darab ceruzát és hány darab radírt vettem? (A kérdés lehet szóban.)

Jelöljük az ismeretlent!

a ceruza darabszáma: 

a radír darabszáma: 

Megoldás:

a/ Lehet a tanulók által gondolt szám kipróbálása, ez egy próbálkozásnak felel meg.

b/ Lehet a kapcsolat alapján nyitottmondatot felírni. Ha egy ceruza ára 4 Ft, akkor ahányat vettem, annyiszor 4 Ft-ot, illetve ahány radírt

vettem annyiszor 3 Ft-ot kell adnom. Összesen 17 Ft-ot kell fizetnem.

$$4 \cdot \triangle + 3 \cdot \square = 17$$

Ennek a nyitott mondatnak a megoldása alsótagozaton próbálgatással történhet.

c/ A próbálgatást nyitott mondat felírása nélkül is elvégezhetjük, az egy ("egyik") adat rendszeres változtatásának a segítségével.

Ha 1 db ceruzát veszek az 4 Ft, akkor $(17-4=)$ 13 Ft-ba került a radír, amelynek darabja 3 Ft. A 13 nem osztható 3-mal, tehát nem vehettem egy ceruzát!

A 2 db ceruza $(4 \cdot 2=)$ 8 Ft, maradt 9 Ft, ebből 3 db 3 Ft-os radírt tudnék venni, tehát 2 ceruzát és 3 radírt vehettem.

(A tervszerű próbálgatás szinte sugallja, hogy most ne álljunk meg, hanem nézzük tovább a lehetőségeket. Így a "van-e más megoldás is?" kérdésre is választ kaphatunk.)

Ha 3 ceruzát veszek, az $(4 \cdot 3=)$ 12 Ft, a maradék 5 Ft-ért nem tudok radírt venni (ha egyet veszek, marad pénzem, kettőre nem elég), tehát 3 ceruzát nem vehettem.

A 4 ceruza $(4 \cdot 4=)$ 16 Ft, 1 Ft-ért nem kapok radírt, tehát 4 ceruzát sem vehettem.

5 ceruza $(4 \cdot 5=)$ 20 Ft, már több mint a 17 forint.

Így az egyes lépéseket megfigyelve láthatjuk, hogy a feladat megoldását a 2 ceruza és 3 radír eset adja.

Az ilyen részletes feldolgozás a tanító irányító kérdései alapján történik. A tanulók füzetébe, illetve a táblára ennek a szövegnek megfelelő rövidített forma kerül. Például így:

1 c. 4 Ft, maradt 13 Ft, $13:3=4$, nem vehettem 1 ceruzát,
1

2 c. 8 Ft, maradt 9 Ft, $9:3=3$, vehettem 2 ceruzát és 3 radírt,

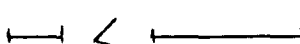
3 c. 12 Ft, maradt 5 Ft, $5:3=1$, nem vehettem 3 ceruzát,
2

4 c. 16 Ft, maradt 1 Ft, $1:3=0$, nem vehettem 4 ceruzát,

5 c. 20 Ft, ez több, mint amennyit fizettem, nem vehettem 5 ceruzát.

Az ellenőrzés után $4 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 17$, a feltett kérdésre válaszolunk. Például így: Ha 17 forintot fizettünk, akkor 2 ceruzát és 3 radírt vásároltunk.

2./ Azt mondja Jancsi a születésnapján: ha még háromszor annyit élnek, mint éltem, 60 éves lennék. Hány éves most Jancsi?

Jancsi ki szeretné találatni éveinek számát úgy, hogy két életkort hasonlít össze, egy ténylegest és egy elképzeltet. Az elképzelt életkor 3-szor több a ténylegesnél, és a kettő együtt 60 év. /  /

Mit gondolsz:

"Szerinted idősebb Jancsi, mint te?"; "Hány éves Jancsi?" stb. E kérdések közül bármelyiket feltehetjük amikor a tanulók véleményére vagyunk kíváncsiak.


Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

Jancsi tényleges éveinek száma: Δ (ismeretlen)

ha háromszor ennyit élne: $\Delta \cdot 3$

a tényleges és az elképzelt együtt: 60 év

Rajz:

a/ Jancsi évei:  + } 60 év

b/ 

A b/ rajzról jól látszik, hogy a 60 évnek a 4-ed része Jancsi mostani életkora ($60/4 = 15$),

Induljunk ki abból, hogy Jancsi most 15 éves, és még $(15 \cdot 3 =)$ 45 évet él, akkor ez együtt 60 év. Ez lehetne az ellenőrzés módja.

Itt is lehetőség van nyitott mondatok felírására:

a/ $\triangle + \triangle \cdot 3 = 60$;

b/ $\triangle \cdot 4 = 60$ formában.

Az első (több azonos keret miatt) próbálgatással, a második a kiterjesztett szorzótábla alapján oldható meg.

A megoldás után a tanulók előzetes véleményével vessük össze a kapott eredményt! (Tapasztalatunk alapján mondhatjuk, hogy gyakori hiba az, hogy 60/3-részét gondolják Jancsi életkorának.

A feladatot a válaszadással tekintjük befejezettnek.

3./ Egy kertészetben 340 tő piros tulipán van. Ez 140-nel több, mint a sárga. Fehér annyi van, mint a másik kettő összegének a harmad része. Milyen bevételre számíthat a kertészet, ha a tulipánok szálja 4 Ft-ba kerül?

A szöveg elolvasása után a "bevétel" szó esetleg értelmezésre szorul (az a pénz, amit a tulipánok eladásakor értük kapunk).

Eladjuk mind a háromféle tulipánt, darabját 4 Ft-ért, mennyi pénzt kapunk érte?

"Szerinted mennyi volt a bevétel?" (Erről a válaszról azt gondoljuk, hogy inkább a tippeléshez lesz közel, de azért lehetőséget ad a tanítónak egyféle tájékozódásra.)

"Melyik színből van a legtöbb?" stb.

$$\begin{array}{rclcl} P & > & S & & F \\ 340 & 140 & & & (P + S) / 3 \end{array}$$

Adatok:

P.: 340 szál	}	(P+S+F) 720 szál van összesen
S.: 200 szál (340-140)		
F.: 180 szál/(340+200)/3/		
1 szál ára: 4 Ft		

Ismeretlen jelölése:

Bevétel: Δ (Ft)

Ha egy tulipán 4 Ft, akkor a bevételt megkapjuk, ha a piros, a sárga és a fehér tulipánokért kapott pénzt összeadjuk.

Észrevehetik, hogy az ár független a színtől, így a bevétel annyiszor 4 Ft, ahány tulipán összesen van.

A kétféle értelmezésnek megfelelően írhatjuk:

$$4 \cdot 340 + 4 \cdot 200 + 4 \cdot 120 = \Delta \quad ; \quad 4 \cdot 720 = \Delta$$

$$\Delta = 2880 \text{ Ft}$$

A felírt számfeladatok közül az egyiket akár ellenőrzésre is használhatjuk.

4./ Jutalmazásra könyvet, csokoládét és cukorkát vettünk. Mennyi pénzt költöttünk, ha a cukorka 77 Ft-ba került, a csokoládé ettől 22 Ft-tal többbe, és még azt is tudjuk, hogy a könyv az édesség árának a háromszorosába került?

Az "édesség" szó értelmezése

Többféle (3 féle) ajándékot vásároltunk, és szeretnénk tudni, hogy mennyit költöttünk.

Véleményed szerint: "500 Ft-nál többet fizettünk?"; "Mi került a legtöbbbe?" stb.

Cukorka ára	\angle	csokoládé ára	könyv ára
77 Ft		22 Ft	$(C+Cs) \cdot 3$

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

Cukorka ára: 77 Ft

Csokoládé ára: 99 Ft (77+22)

Könyv ára: 528 Ft , $/(77+99) \cdot 3/$

Összesen fizettünk: Δ Ft-ot.

Annyit kellett fizetnünk, amennyibe a cukorka, csokoládé és a könyv együtt került.

Az előző feladat megbeszélése után ennek a feladatnak a kiszámítása már történhet önálló munkában.

A várható számfeladatok:

$$77 + 99 + 528 = \Delta \text{ (Ft)}; \quad 77 + (77+22) + (77+99) \cdot 3 = \Delta \text{ (Ft)};$$

$$77 + (77+22) + /77+(77+22)/.3 = \Delta \text{ (Ft)} \quad \Delta = 704 \text{ Ft}$$

A kiszámítás történhet írásbeli és szóbeli művelettel, attól függően, hogy melyiket szeretnénk gyakoroltatni. Lehetőség van a műveleti tulajdonságok alkalmazására is, pl: 99 helyett 100-at adok hozzá és után az összegből elveszek egyet.

A számítások elvégzése után ellenőrzést végzünk, majd válaszolunk a kérdésre.

5./ Egy Parker golyóstoll betéttel együtt 262 Ft. Hány forint a betét ára, ha az üres toll a betétnél 138 Ft-tal többbe kerül?

A toll bemutatása, szétszedése. Annak megbeszélése, hogy lehet külön betétet is venni.

"Mit gondolsz mennyibe kerül egy ilyen betét?"

Egy golyóstoll betétjének árára vagyunk kíváncsiak. A golyóstoll árát ismerjük. Tudjuk, hogy az üres toll többbe kerül, mint a betét.

Golyóstoll: üres toll + betét

$$\begin{array}{ccc} \text{üres toll ára} & > & \text{betét ára} \\ & & 138 \text{ Ft} \end{array}$$

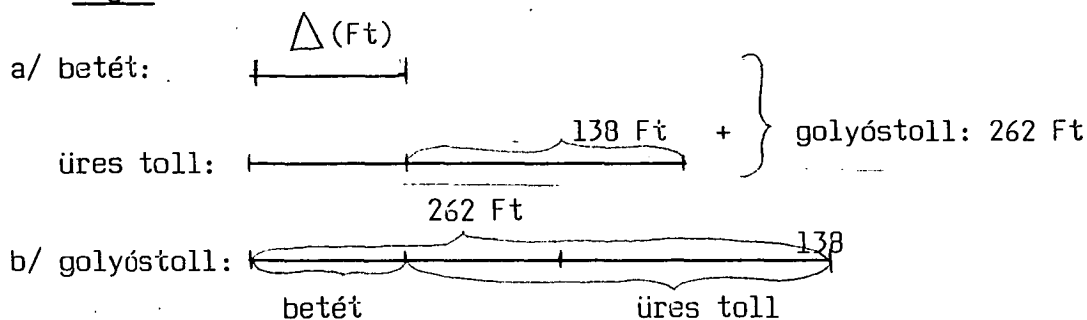
Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

a golyóstoll ára: 262 Ft (üres toll + betét)

a betét ára: Δ Ft

az üres toll ára: $\Delta + 138$ (Ft)

Rajz:



A rajzokról többféle megoldás olvasható le. Például, ha csak két betét vennénk, akkor $(262 - 138 =)$ 124 Ft-ot fizetnénk, így egy betét ára $(124/2 =)$ 62 Ft.

Ha két üres tollat vennénk, akkor 138 Ft-tal többet fizetnénk $(262 + 138 =)$, azaz 400 Ft-ot. Ebből egy üres toll 200 Ft-ba, a betét $(200 - 138 =)$ 62 Ft-ba kerül.

A rajz alapján nyitott mondatot is írhatunk:

$$\Delta + (\Delta + 138) = 262; \quad (\Delta \cdot 2) + 138 = 262;$$

$\Delta + 138 = 262 - \Delta$, amelyeknek megoldása tervszerű próbálgatással történhet.

Ellenőrzés a szövegbe történő behelyettesítéssel. Ha a betét 62 Ft, akkor az üres toll ettől 138 Ft-tal több, tehát 200 Ft. A golyóstoll pedig (ami az üres tollból és a betétből áll) 262 Ft-ba kerül.

6./ Mennyi pénzem maradt 800 Ft-ból, ha először elköltöttem a pénzem negyedét és utána még 220 Ft-ot?

Két dolgot vettem (vagy kétszer fizettem), azt szeretném tudni, mennyi pénzem maradt, ha 800 Ft-om volt.

"Szerinted 100 Ft-nál kevesebb maradt?"

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

Volt: 800 Ft

először elköltöttem: $800/4$ Ft (200 Ft)

másodszor elköltöttem: 220 Ft

maradt: Δ (Ft)

Hogyan tudom meghatározni a maradékot? Kapcsolat a kisebbítendő, kivonandó, maradék között.

Az egyik lehetőség az, hogy a szövegnek megfelelően kétszer egymás után "elköltöttem" (elveszem) a pénzt.

$$800 - 800/4 - 220 = \Delta \text{ (Ft)} \quad / 800 - 200 - 220 = \Delta \text{ (Ft)}/$$

A másik, hogy a 800 Ft-ból elveszem azt, amit összesen elköltöttem:

$$800 - (200 + 220) = \Delta \text{ (Ft)}, \quad \Delta = 380 \text{ Ft}$$

Ennél a felírásnál egy tényleges vásárlási tapasztalatot használunk ki, azt, hogy a pénztárnál nem külön-külön fizetünk az árukért, hanem azok együttes árát fizetjük.

A számítás után elvégezzük az ellenőrzést, összehasonlítjuk a saját tippünkkel, és válaszolunk a kérdésre!

7./ Egy üzletben az egyik fajta selyemből 150 méter volt. Amikor ennek az ötöd részét eladták, akkor még 60 méter ugyanilyen érkezett.

Mennyi selyem van most az üzletben?

A boltban levő selyemből eladtak valamennyit, majd érkezett még, és azt kérdezzük, hogy most mennyi van.

"Szerinted többet adtak el, mint kaptak?"; "Kevesebb selyem van most, mint eredetileg volt?"; "Több selyem van most, mint eredetileg volt?" és ehhez hasonlóak lehetnek motiváló kérdéseink.

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

volt:	150 m	}	Eladás után a boltban maradt
eladtak:	150/5 m		(150-30=) 120 m
érkezett:	60 m		
most van:	\triangle m		

A boltban annyi selyem van, amennyi megmaradt és még 60 méter.

A legegyszerűbb számfeladat ennek alapján: $120+60=180$ (m)

Természetesen megpróbálkozhatunk (lehetőleg közösen) az előzetes számítások elvégzése nélkül a számfeladat felírásával:

$$150 - (150/5) + 60 = \triangle \text{ (m)} \qquad \triangle = 180 \text{ m}$$

(A feladat megoldása során azt tapasztaltuk, hogy sokan az eladott selyemhez adták hozzá az utólag érkezettet.)

8./ Egy anyuka 1348 Ft-ot költött. Cipőt és blúzt vett a kislányának. A blúz 182 Ft-tal olcsóbb volt, mint a cipő. Mennyibe került a cipő és mennyibe a blúz?

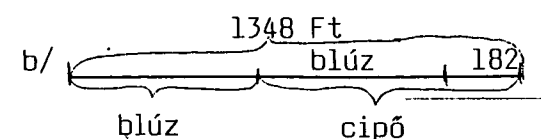
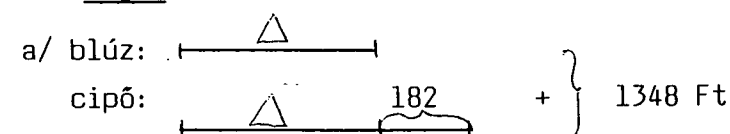
A cipő és a blúz együttes árát ismerjük. Most azt szeretnénk tudni, hogy külön-külön mennyibe kerültek. A blúz olcsóbb, mint a cipő.

"Szerinted mennyibe került a blúz?" (Kerek százast írjál!)

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

Összesen fizettünk:	1348 Ft-ot	(Blúz + cipő)
a blúz ára:	\triangle Ft	
cipő ára:	$\triangle + 182$ Ft	(drágább, mint a blúz)

Rajz:



A rajzokról a következő megoldások olvashatók le:

1/ Ha két blúzt vettünk volna, akkor az $(1348-182=)$ 1166 Ft-ba került volna, így egynek az ára $(1166/2=)$ 583 Ft.

A cipő ára ettől 182 Ft-tal több, tehát 765 Ft.

2/ Ha két pár cipőt veszünk, akkor 1348 Ft-nál 182 Ft-tal többet kell fizetnünk, azaz 1530 Ft-ot. Így egy pár cipő ára 765 Ft. A blúz ettől 182 Ft-tal olcsóbb.

A rajzok alapján nyitott mondatot is írhatunk, amelynek a megoldása tervszerű próbálgatással történhet.

$$\triangle + (\triangle + 182) = 1348; \quad (\triangle \cdot 2) + 182 = 1340;$$

$$1348 - \triangle = \triangle + 182.$$

Számítások elvégzése, ellenőrzés, válaszadás.

9./ Két testvér 200 Ft-tal indult ajándékot vásárolni. Könyvet és hanglemezt vettek. A könyv 64 Ft-ba, a hanglemez 26 Ft-tal többbe került. Mennyi pénzüik maradt?

Kétféle dolgot vettek, az egyik (a hanglemez) többbe került. Arra vagyunk kíváncsiak, hogy a 200 Ft-ból mennyi pénzüik maradt.

"Szerinted vehettek volna 2 könyvet is?"

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

volt: 200 Ft

könyv ára: 64 Ft

hanglemez ára: 90 Ft $(64+26)$ } fizettek: 154 Ft-ot $(64+90)$

maradt: \triangle Ft

A feladat kérdése tulajdonképpen a visszajáró pénzre vonatkozik - kapcsolat a tényleges vásárlással. (Már volt ilyen feladatunk, így nagyobb önállóságot adhatunk.)

"Szerinted hány szál tulipán van?"; "Melyikből van több?"

Adatok kigyűjtése:

összesen: 20 szál

20 szál ára: 196 Ft

1 szál tulipán ára: 8 Ft

1 szál szegfű ára: 11 Ft (8 + 3)

Ismeretlen jelölése:

a tulipán darabszáma: \triangle

a szegfű darabszáma: \square (20 - \triangle)

A feladat példa az egyesítés megfordítására, itt a halmaz egy részhalmazának számosságát keressük.

A megoldás egy lehetősége például, hogy mindenki próbálja ki azt a számot, amire ő gondolt, a "saját vélemény" során. Ez önálló munka, a szóbeli számolás gyakorlása. A számítás menete lehetőséget ad arra, hogy táblázat segítségével keressük meg a megoldást.

Közös munkában lehetőség nyílik a "hol érdemes elkezdni a próbálgatást" elv megbeszélésére. Ha 20 szál tulipán lenne, annak az ára 160 Ft, ha 20 szál szegfű lenne, annak az ára 220 Ft volna. A 196 Ft közelebb van a 220-hoz, mint a 160-hoz, tehát szegfűből lesz több, de nem sokkal. A próbálgatást érdemes 10 körül kezdeni.

Abban az esetben, ha az osztály összetétele ennek belátására nem képes, akkor a próbálgatást az (1, 19) párral kezdjük. A megoldás után beszéljük meg az előbb említett lehetőséget!

Készítsük el a táblázatot!

A kitöltés az indulás után önálló munka lehet.

tulipán (db)	1	2	...	8	9
ára (Ft)	8	16		64	72
szegfű (db)	19	18		12	11
ára (Ft)	209	198		132	121
együtt (Ft)	217	214		196	193
	sok	sok			kevés

A táblázat kitöltése fejleszti egyrészt a szóbeli számolást, másrészt a kapcsolatok állandó figyelembevételével a függvényszerű gondolkodást.

A (8, 12) számpár megtalálása utáni folytatás segíti a bizonyítási igény fejlesztését.

a feladatot nyitott mondat felírásával is megoldhatjuk. Kétváltozós bevezetésével így: $8 \cdot \triangle + 11 \cdot \square = 196$. Ennek a megoldása próbálgatással történhet, de a táblázatnál említett tervszerűség itt is felhasználható.

Egy változós felhasználásával is írhatunk nyitott mondatot:

$8 \cdot \triangle + 11 \cdot (20 - \triangle) = 196$, de ennek megértése általában nagy gondot okoz. Konkrét párok segítségével lehet megsejtenni a kapcsolatot. Például így: ha 2 tulipán van, akkor 18, - azaz $20 - 2$ - szegfű, ha 5 tulipán van, akkor $20 - 5$, a szegfű, ha valamennyi (\triangle) a tulipán, akkor $20 - \triangle$ a szegfű. Ennek a megoldása is próbálgatással történhet.

12./ Egy kosztüm (szoknya és kabát) 1850 Ft-ba kerül. A kabát 370 Ft-tal többbe, mint a szoknya. Mennyibe kerül a kabát és mennyibe a szoknya?

Mennyiért lehet megvenni külön a szoknyát és mennyiért a kabátot, ha tudom, hogy együtt 1850 Ft. A kabát 370 Ft-tal drágább, mint a szoknya.

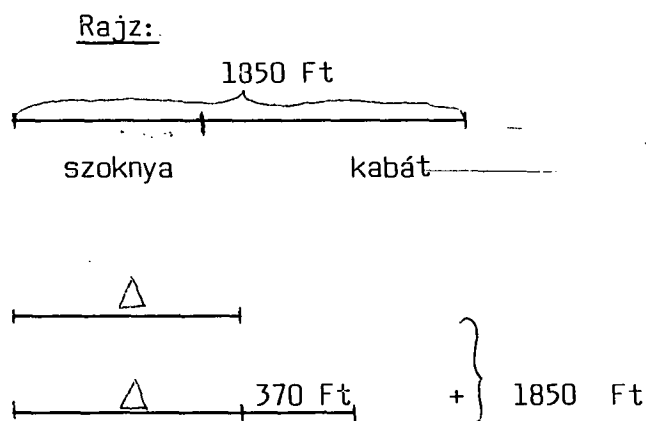
"Szerinted a szoknya mennyibe kerül?" (tipp)

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

kosztüm ára: 1850 Ft

szoknya ára: Δ Ft

kabát ára: $(\Delta + 370)$ Ft



A rajz alapján nyitott mondat is írható: $\Delta + (\Delta + 370) = 1850$,
de a feladat okoskodással is megoldható (5. 8. feladat alapján).

A szoknya ára 740 Ft, a kabáté 1110 Ft.

Ellenőrzés!

13./ Egy kétjegyű szám jegyeinek összege 11. Ha a számhoz 27-et adunk, olyan számot kapunk, amely ugyanazokat a számjegyeket tartalmazza, mint az eredeti szám, csak fordított sorrendben. Melyik ez a kétjegyű szám?

Olyan kétjegyű számot keresek, amelynek ha a jegyeit felcserélem egy 27-tel nagyobb számot kapok. (Tudom, hogy a jegyek összege 11.) Ennek a feladatnak a megoldása próbálgatással történhet. A helyiértéket már ismerik a tanulók, de nem tudják a számokat polinom alakban felírni.

Adatok kigyűjtése:

A jegyek összege: 11

A két szám különbsége: 27

Egy kétjegyű számot keresünk: t e

A keresett kétjegyű szám a kisebb.

t	e	t	e	
2	9	9	2	$29 + 27 \neq 92$
3	8	8	3	$38 + 27 \neq 83$
<u>4</u>	<u>7</u>	<u>7</u>	<u>4</u>	<u>$47 + 27 = 74$</u>
5	6	6	5	$56 + 27 \neq 65$

A próbálgatás során megtaláltuk a 47-et. A jegyek összege 11 és ha 27-et adunk a számhoz 74-et kapunk. A 74 ugyanazokat a számjegyeket tartalmazza, mint a 47, csak fordított sorrendben.

14./ Az építkezésen egy 5 tagú brigád dolgozik. a brigádvezető napi keresete 50 Ft-tal több, mint a tagoké. A brigád heti keresete (6 nap) 19 500 Ft. Mennyi egy brigádtag és mennyi a brigádvezető egy napi keresete?

5-en dolgoztak 6 napon keresztül, így 19 500 Ft-ot kerestek. Azt szeretnénk tudni, hogy 1 fő egy nap alatt mennyit keres?

"Szerinted mennyit keresett a brigádvezető naponta?"

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

6 nap alatt 5-en kerestek : 19 500 Ft-ot

1 brigádtag (1 nap) : \triangle Ft-ot

4 brigádtag (1 nap) : $(\triangle \cdot 4)$ Ft-ot

a brigádvezető (1 nap) : $(\triangle + 50)$ Ft-ot

Rajz:



Ha 6 nap alatt 19 500 Ft-ot keresnek, akkor 1 napra ennek a hatod részét (19 500/6=) 3250 Ft-ot kapják.

A 4 brigádtag és a brigádvezető 1 nap 3250 Ft-ot kap.

A rajz alapján a brigádtagok keresete (3250-50)/5 = 640 forint, a brigádvezetőé 690 Ft.

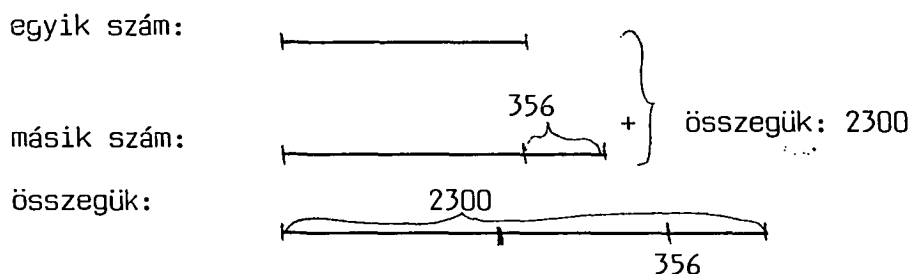
Felírhatunk nyitott mondatot is, amelynek megoldása próbálgatással történhet: $\triangle \cdot 4 + \triangle + 50 = 3250$; $\triangle \cdot 5 + 50 = 3250$

Ellenőrzés.

15./ Két szám összege 2300, különbsége 356. Melyik ez a két szám?

A két szám különböző, az egyik nagyobb 356-tal, mint a másik.

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése



A rajz alapján a feladat többféle megoldását várhatjuk.

A számítások után (972, 1328) ellenőrzés, válaszadás következik.

II. A "B" csoportba tartozó feladatok:

1./ Hány kisdobos van abban az órsben, amelynek tagjai 31 kg papírt gyűjtöttek? A kislányok 3 kg-ot, a fiúk 4 kg-ot hoztak.

Lányok és fiúk is vannak az órsben, arra vagyunk kíváncsiak, hogy hányan, ha tudjuk, hogy

Adatok: együtt : 31 kg papírt hoztak
minden lány ; 3 kg-ot hozott,
minden fiú ; 4 kg-ot.

Ismeretlen jelölése:

őrs létszáma: ○ fő

Hány tagú az őrs? (Erre a kérdésre közvetlenül nehezebb a választ megkapni, ezért célszerű a hány lány és hány fiú van az őrsben kérdés alapján dolgozni.)

/Gyakori hiba, hogy a $3 \cdot \triangle + 4 \cdot \square = 31$ (kg) nyitott mondatnak csak egy megoldását keresik meg./

"Szerinted hány tagú az őrs?"

Megoldás:

Készítsünk táblázatot!

lányok száma /fő/	1	2	3	4	5	.	.	.	9	10
lányok hoztak /kg/	3	6	9	12	15				27	30
a fiúknak még hozni										
kell /kg/	28	25	22	19	15				4	1
a fiúk száma /fő/	7	-	-	-	4				1	-
az őrs létszáma /fő/	8	-	-	-	9				10	-

Lehet, hogy az őrsben 8, 9, 10 kisdobos volt.

$$\text{Ellenőrzés: } 3 \cdot 1 + 4 \cdot 7 = 31$$

$$3 \cdot 5 + 4 \cdot 4 = 31$$

$$3 \cdot 9 + 4 \cdot 1 = 31$$

A számfeladatok után visszatérhetünk a nyitott mondat felírására.

Ha a 3 szorzói a lányok számát jelentik, - jelöljük ezt \triangle -gel -

a 4 szorzói a fiúk számát - \square -gel jelöljük, - akkor $3 \cdot \triangle + 4 \cdot \square = 31$ nyitott mondat megoldásait (számpárokat) kell megkeresni.

2./ Jóska 28 napot töltött a nagymamánál. 7-tel többet, mint a huga.
Hány napig volt a nagymamának vendége?

Két testvér (egy fiú, egy lány) a nagymamánál nyaralt. Nem ugyanannyi ideig voltak, nem tudjuk, hogy mikor kezdték a nyaralást. Jóska volt ott tovább 7 nappal.

Adatok kigyűjtése:

Jóska: 28 napig nyaralt

a testvére: /7-tel kevesebb/ 21 napig nyaralt

vendég volt: \triangle napig

Megoldás:

Lehet, hogy együtt érkeztek, ekkor a nagymamának addig volt vendége, amíg Jóska maradt, tehát 28 napig. Lehet, hogy a kislány később érkezett pl. a 8. napon, akkor egy nappal tovább maradt, mint Jóska, így 29 napig volt a nagymamának vendége. Lehet, hogy az egyik elutazott, a másik megérkezett - váltották egymást - ez 49 napot jelent. Így lehetett: 28, 29, 30... 49 napig vendége a nagymamának. ($28 \leq \triangle \leq 49$).

A feldolgozás során célszerű naptárt használni. Beszéljék meg, változik-e a megoldások száma, ha nem váltva érkeztek, hanem néhány nap kimaradt.

Mi történik, ha megszakítja valamelyik gyerek a nyaralást?

3./ Két kislány virágot szedett. Kettőjüknek 80 szálnál kevesebb volt. Ha Juli még két szálat szedne és Rita 15 szálat anyukájának adna, akkor ugyanannyi lenne mindkettőjüknek. Mennyit szedett a két kislány külön-külön?

Juli és Rita virágot szedett, tudjuk, hogy ketten nem szedtek 80 szálat. Arra vagyunk kíváncsiak, mennyit szedett egy-egy gyerek, ha tudjuk még, hogy a két gyereknek akkor lenne ugyanannyi, ha az egyik szedne még kettőt, a másik elajándékozna 15-öt.

Rajz:

$$\begin{array}{ccc} \text{Juli} & & \text{Rita} \\ \square & \xleftarrow{+2} = & \bigcirc \xrightarrow{-15} \end{array}$$

A rajz elkészítése után nem nehéz a nyitott mondat felírása:

$\square + 2 = \bigcirc - 15$. Számpárok keresése adja a megoldást annak a feltételnek a figyelembevételével, hogy Juli is szedett (van legalább 1 szál virága) és együtt nem szedtek 80 szálát. A rajzról leolvasható, hogy Rita 17 szálal szedett többet.

A gondolkodás fejlesztését, az önálló munkát, a differenciálást jobban segíti a táblázatos megoldás, mint a nyitott mondat megoldása.

Juli szedett: /szál/	1	2	3	...	31
Ritának ekkor volt /szál/	18	19	20	...	48
A két gyerekek együtt /szál/	19	21	23	...	79
Juli szed még kettő szálát	3	4	5	...	33
Rita elajándékoz 15 szálát	3	4	5	...	33

A táblázat kitöltése után további összefüggéseket vehetünk észre. A megoldást adó számpárok a táblázat első két sorában találhatók.

4./ Nagymama udvarán tyúkok és malacok vannak. Hány tyúk és hány malac van, ha 32 láb van összesen?

Malacok és tyúkok vannak. Tudom, hogy összesen hány láb van. Hány malac és hány tyúk lehet az udvaron?

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése

összesen: 32 láb
 1 tyúk: 2 láb
 1 malac: 4 láb
 tyúkok száma: \triangle db
 malacok száma: \square db

Tyúk /db/	1	2	3	4	. . . 14	15
Tyúk láb:	2	4	6	8	. . . 28	30
Maradék láb:	30	28	26	24	. . . 4	2
Hány malac: /db/	-	7	-	6	. . . 1	-

A számfeladatot tekintve a 0 db tyúk és 8 malac is jó lenne, de a szöveges feladatnak nem felel meg, mert volt tyúk is az udvarban. Itt is lehetőség van a táblázat adatainak vizsgálatára, pl.: a 32 négygyel osztható, tehát a tyúklábak is csak 4 többszörösei lehetnek (ezért páros számú tyúk lehet csak).

5./ Gondoltam egy számot, megszoroztam 4-gyel, majd hozzáadtam 40-et. Vettem az így kapott szám felét, majd elvettem a gondolt szám kétszeresét és eredményül 20-at kaptam. Melyik számra gondoltam?
"Szerinted melyik számra gondoltam?"

Próbáld ki a szövegben levő műveleti utasítások alapján a számod!

Várható, hogy más-más számot próbálnak ki (néhányat megkérdezzünk).

Ezután (mert, ha jól számoltak, találtak) próbáltassuk ki velük pl. az általuk gondolt szám kétszeresét, vagy a 10-zel nagyobbakat, esetleg közösen a 0-át.

A gondolt szám (Δ) :

4-gyel szorozva :

40-et hozzáadtam :

veszem a kapott szám felét :

Elveszem a gondolt szám kétszeresét :

Az eredmény (20) :

Feltétlenül próbáljanak olyat keresni, amire nem gondolhattam. Ezek után fogalmazódhat meg, hogy - nagyon sok - bármelyik számra gondolhattam, nem találtunk olyat, amire nem gondolhattam.

A nyitott mondat felírásnál a zárójel helyes használatára figyeljünk:
 $(\triangle \cdot 4 + 40)/2 - \triangle \cdot 2 = 20$! Ezt a nyitott mondatot csak próbálga-
 tással oldhatjuk meg, mivel minden szám jó (azonosság), figyeljünk arra,
 hogy egy szám megtalálása után keressenek másikat is!

6./ Egy hidat zászlókkal díszítettek. 2 piros közé 3 nemzetiszínű
 került. A szélén piros van. Hány zászlót helyeztek el, ha 25-nél keve-
 sebb került a hídra.

Egy hidat díszítünk zászlókkal. Mennyire van szükségünk, ha:

Adatok:

25-nél kevesebbet használtunk,
 2 piros közé 3 nemzeti színű kerül,
 a szélén piros van.

Ismeretlen felírása:

a zászlók száma: \triangle db

Készíttessünk rajzot!

Az összes megoldást a sorozat alapján is megkereshetjük.

p n n n p	5	}	+ 4
p n n n p n n n p	9	}	+ 4
p n n n p n n n p n n n p	13	}	+ 4
:			:
.			.

A hidat díszíthettük 5, 9, 13, ..., 21 db zászlóval.

7./ 28 kg almát szeretnék zacskókba csomagolni. Hány zacskóra lesz
 szükségem, ha egybe 3, vagy 5 kg kerülhet?

Kétféle zacskóba csomagolom az almát, hány zacskó kell, ha:

Adatok:

összesen van: 28 kg
 az egyikbe: 3 kg fér
 a másikba: 5 kg fér

Ismeretlen jelölése:

zacskók száma:  ( (3 kg-os);  (5 kg-os))

(A $3 \cdot \triangle + 5 \cdot \bigcirc = 28$ nyitott mondat felírása itt is könnyen eredményezhet csak 1 megoldást. Ezért feltétlenül mondjuk, ha találtál egyet, nézd meg van-e másik is!)

Táblázattal!

3 kg-os zacskó (db)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
belefér (kg)	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
kimarad (kg)	25	22	19	16	13	10	7	4	1	
5 kg-os zacskó kell (db)	5	-	-	-	-	2	-	-	-	
összesen kell (db)	6	-	-	-	-	8	-	-	-	

Az alma csomagolásához vagy 6, vagy 8 zacskó kell.

$$3 \cdot 1 + 5 \cdot 5 = 28; \quad 3 \cdot 6 + 5 \cdot 2 = 28$$

8./ Egy 50-nél kisebb számra gondoltam. Ha elosztom 5-tel, a maradék 3, ha elosztom 3-mal, a maradék 1. Melyik lehet ez a szám?

Keresem azt, az 50-nél kisebb számot, amit ha 5-tel osztok a maradék 3, ha 3-mal osztok a maradék 1.

Gyűjtsük össze a két feltételnek külön-külön eleget tevő számokat!

Önálló munka, a közös indítás után! /Ha ötten osztok az első szám, aminek a maradéka 3, a három, mert $3 : 5 = 0$ marad 3/

5-tel osztva 3 maradékot ad:	3-mal osztva 1 maradékot ad:
3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38,	1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25
43, 48	28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49

Mivel "egy" számot (ugyanazt) kell 5-tel és 3-mal is osztani, a két csoportban előforduló közösekett kell választani!

Így a gondolt szám lehet: 13, 28, 43.

Ellenőrzés: $13:5=2\frac{3}{5}$; $13:3=4\frac{1}{3}$; $28:5=5\frac{3}{5}$; $28:3=9\frac{1}{3}$; $43:5=8\frac{3}{5}$; $43:3=14\frac{1}{3}$;

9./ Gondoltam egy számot. Ha hozzáadok 50-et, így kisebb számot kapok, mint a gondolt szám kétszerese. Ha 110-et adok hozzá, akkor meg a háromszorosánál is nagyobb számot kapok. Melyik lehet a gondolt szám?

Jelöljem a gondolt számot: \triangle

A két feltételt írjuk le! $\triangle + 50 < \triangle \cdot 2$
 $\triangle + 110 > \triangle \cdot 3$

A két nyitott mondatot külön-külön megoldjuk próbálgatással.

1. \triangle : 51, 52, 53, 54, 55, 56, ...

2. \triangle : 54, 53, 52, 51, ... 0

A feladat megoldását azok a számok adják, amelyek mindkét feltételnek eleget tesznek. Így az 1. és 2. alapján a gondolt szám 51, 52, 53, 54 lehet. Okoskodással is megoldhatjuk, azaz megpróbálhatjuk a feltételeket átforgalmazni, értelmezni.

Az első azt jelenti, ha 50-et adok a számhoz, akkor a gondolt szám 2-szeresénél kisebb lesz az összeg \rightarrow a gondolt szám tehát > 50 . A 110 pedig a kétszeresénél már nagyobb, tehát a gondolt szám 55-nél kisebb. A megoldás most is: $50 < \triangle < 55$

10./ Hány oldalt olvashattam a 315 oldalas könyvből, ha még a felénél több van hátra?

"Szerinted hány oldalt olvastam?"

Ha a könyv 314 oldalas lenne, akkor a fele 157, de 315 oldalas, ezért legalább 158 oldal van még hátra.

Ha elolvastam 157 oldalt, akkor hátra van 158 oldal, ekkor olvastam el a legtöbbet, de lehet, hogy csak most kezdtem hozzá az olvasáshoz.

Önálló munkára adható a további megoldások keresése. ☺

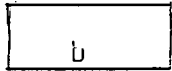
11./ Egy kétjegyű számhoz 7-et adtam, így háromjegyű számot kaptam. Mi lehetett a kétjegyű szám?

A legnagyobb kétjegyű szám a 99, ha ehhez adok 7-et 106-ot kapok. A legkisebb 3 jegyű szám a 100, ezt úgy kapom, ha 93-hoz adok 7-et.

Tehát a kétjegyű szám: 93, 94, ... 99 lehetett.

12./ Egy téglalap alakú kertrész bekerítéséhez 36 méter drót kell. Milyen hosszú lehet egy-egy oldal?

A 36 méter a kert körülkerítéséhez kell. A téglalapnak két-két oldala egyenlő, így a fél kerítéshez csak 18 méter kell.

a 

Ha az egyik oldal: 1, 2, 3, ... 8, 9

akkor a másik oldal: 17, 16, 15, 10, 9 méter.

Ha szükséges beszéljük meg a speciális téglalap, azaz a négyzet esetét! Differenciálási lehetőségként adhatjuk az azonos területű kertek között a legnagyobb területűnek a megkeresését.

13./ Egy 180 cm-es zsineget három részre kell vágni. Az egyik darab legalább 80 centiméteres legyen, a másik kettő pedig legfeljebb 13 centiméterrel térhet el egymástól. Hogyan vághatnánk el a zsineget?

3 darabra kell vágni a 180 cm-es zsineget!

Állapodjunk meg, hogy csak egész cm-nél vágunk!

A feltételek

I.	II.	$\begin{matrix} > \\ < \end{matrix}$	III.
80, vagy annál hosszabb			az eltérés legfeljebb 13 (13 vagy keve- sebb) cm

Készítsünk táblázatot!

I. darab	: 80	80 ... 80	81 ... 81	82 ... 82	... 178
II. darab	: 50	49 ... 44	49 ... 43	49 ... 43	... 1
III. darab	: 50	51 ... 56	50 ... 56	49 ... 55	... 1

A rendszerezés megsejtése, ha nagyon sok megoldás van, akkor pl. az ilyen elrendezés segít. Erre egyedül nem képes egy 10 éves gyerek, feltétlenül szükséges az irányítás, a közös munka.

A táblázat egy-egy oszlopa adja a megoldási lehetőségeket.

14./ Gondoltam egy számot, vettem a háromszorosát, hozzáadtam 12-t, vettem az így kapott szám harmadát, ezután elvettem a gondolt számot és eredményül négyet kaptam. Melyik számra gondoltam?

A megoldás bármely szám lehet. A feladat feldolgozása az 5. feladat alapján történhet.

15./ A gyerekek egy csoportja kiállításra ment. A belépő 3 Ft volt és vettek még közösen egy 25 forintos katalógust. Mennyibe került a csoportnak a kiállítás megnézése, ha 1 forint beadása személyenként nem volt elég a katalógusra?

Adatok kigyűjtése:

1 belépő ára:	3 Ft
1 katalógus ára:	25 Ft

Ismeretlen jelölése:

összesen fizettek: \triangle (Ft)

A katalógus árát és személyenként 3 Ft-ot fizettek a gyerekek a belépéskor.

"Hányan voltak?"

A katalógust személyenként 1 Ft beadásával nem tudták megvenni, így nem voltak 25-en. A "csoport" szó használata feltétlenül megkívánja, hogy megbeszéljük a gyerekekkel, hogy legalább hányan voltak. /Csoportot 3, (4)... ember alkot./

Így a kiállítás megtekintésekor $3 \cdot 24 + 25 = 97$ Ft-ot /vagy ettől kevesebbet/

$$3 \cdot 23 + 25 = 94$$

$$3 \cdot 22 + 25 = 91$$

.

.

.

$$3 \cdot 3 + 25 = 34 \quad \text{fizettek.}$$

III. A "C" csoportba tartozó feladatok

1./ Egy 20 tagú csoport ajándéokra pénzt gyűjtött. Voltak akik 10 és voltak akik 30 Ft-ot adtak. 350 Ft gyűlt össze. Hányan adtak 10 és hányan 30 forintot?

A 20 tagú csoportból nem ugyanannyit fizetett mindenki. Arra vagyunk kíváncsiak, hogy hányan fizettek 10 és hányan 30 forintot.

"Szerinted többen voltak a 10 Ft-ot fizetők?"

Próbáld ki azt a számot, amire gondoltál!

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

pénzt adtak: 20 fő
 összegyűlt: 350 Ft
 egy személy adhatott: 10 vagy 30 Ft-ot
 10 Ft-ot adott: \triangle fő
 30 Ft-ot adott: \square fő $(20 - \triangle)$

Megoldás:

30 Ft-ot fizetett (fő)	1	2	3	...
Ez (Ft)	30	60	90	...
10 Ft-ot fizetett (fő)	19	18	17	...
Ez (Ft)	190	180	170	...
Összegyűlt (Ft)	220	240	260	...

A táblázat adataiból látszik, hogy az összegben (összegyűlt) a tízesek helyén mindig páros szám áll. A feladat nem megoldható, mert 350 Ft nem kerül a 220, 240, 260 ... sorozatba.

Megoldhatóvá alakítható a feladat, ha pl. nem 20-an adtak be pénzt, vagy nem 350 Ft gyűlt össze.

/Nyitott mondat: 30 Ft-ot fizetett: \triangle

10 Ft-ot fizetett: $20 - \triangle$

$30 \cdot \triangle + 10 \cdot (20 - \triangle) = 350$. A megoldás során kiderül, hogy 7 és felen hoztak 30 Ft-ot. Ez a valóságnak nem felel meg./

2./ Egy 9 tagú órsben, ahol a kislányok kevesebben vannak, mint a fiúk, papírgyűjtést szerveztek. A fiúk 4 kg-ot, a lányok 3 kg-ot hoztak. Hány fiú és hány lány van az órsben, ha összesen 31 kg papír gyűlt össze?

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése

összesen: 31 kg
 1. lány hozott: 3 kg
 1 fiú hozott: 4 kg
 az órs létszáma: 9 fő
 lányok száma (\triangle) fiúk száma (\square) /A próbálgatás ennek alapján történhet./

ha:

lányok száma (fő)	1	2	3	4	5
hozott papír (kg)	3	6	9	12	15
fiúk száma (fő)	8	7	6	5	4
hozott papír (kg)	32	28	24	20	16
összesen hoztak (kg)	35	34	33	32	31

A táblázat alapján látszik, hogy annak a feltételnek, hogy a lányok kevesebben vannak, nem tudunk eleget tenni, tehát a feladat nem megoldható.

3./ Egy faluból két gyalogos ment a városba. Az egyik óránként 3 km-t tett meg és két órával előbb ért a városba, mint a másik, aki egy órával később indult és 4 km-t tett meg óránként. Milyen messze volt a város?

Két helység egymástól való távolságára vagyunk kíváncsiak, ha tudjuk, hogy két gyalogos egy (azonos) helyről indulva tette meg ezt a távolságot.

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

1. óránként megtett útja: 3 km
 2. óránként megtett útja: 4 km
 a két helység távolsága: \triangle km

/A feladat rejtve tartalmaz még egy ismeretlent, az időt (\square)./

A második (aki a gyorsabb) előbb indult 1 órával, mégis a lassúbb (az első) ért oda hamarabb. Ez azt jelenti, hogy ugyanannak az útnak a megtételéhez a gyorsabban haladónak 3 órával több időre van szüksége. A feltételek ellentmondása miatt a feladat nem megoldható.

A tanulók a nem megoldhatóságra próbálgatással is rájöhetnek. A feladat alapján a személyek ugyanazt az utat teszik meg, tehát az utak egyenlőek. Megtudtuk azt is, hogy az egyik 3 órával tovább van úton. Így két szorzat $(4 \cdot (\square + 3) = 3 \cdot \square)$ egyenlőségét keressük. Az egyik szorzat mindkét tényezője nagyobb, ezért az egyenlőség nem állhat fenn.

4./ Egy dobozban 15 db golyóstoll van, az áruk 313 Ft. A drágábból 8 db van, ezek ára 152 Ft. Hány db van az olcsóbb fajtából és mennyi ennek darabja?

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

összesen:	15 db
ezek ára:	313 Ft
drágább van:	8 db
ezek ára:	152 Ft.
az olcsóbb golyóstoll ára:	\triangle Ft.

Ha 152 Ft-ba kerül a 8 db drága toll, akkor a 7 db olcsó $(313-152=)$ 161 Ft-ba. Ha összehasonlítjuk a számokat, megállapíthatjuk, hogy a 7 darab olcsóbb toll többbe kerül, mint a 8 db drágább toll. Ez ellentmondást tartalmaz, így a feladat nem megoldható.

Összehasonlíthatjuk egy-egy toll árát is! Ha 152 Ft-ba kerül a 8 db toll, akkor egy db $(152/8=)$ 19 Ft-ba. A 7 db olcsóbb toll ára $(313-152=)$ 161 Ft, így egy db $(161/7=)$ 23 Ft-ba kerül. A 23 nem kevesebb, mint a 19, tehát a kapott eredmény nem felel meg a feltételeknek, ezért a feladat nem oldható meg.

5./ Hány db 4 forintos csokoládét és hány db 2 forintos rágót vehettem, ha 15 forintot fizettem érte?

"Mit gondolsz arról, hogy 3 db csokit vettem?"

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése

összesen fizettem: 15 Ft-ot

1 csokoládé ára: 4 Ft

1 rágó ára: 2 Ft

csoki: \triangle db

rágó: \square db

Készítsünk táblázatot!

csoki (db)	1	2	3	4
ára (Ft)	4	8	12	16
maradt (Ft)	11	7	3	-
rágó (db)	-	-	-	-
	(11:2) (7:2) (3:2)			

A táblázat utolsó sorából látszik, hogy a rágó ára nem kettő többszöröse, tehát így nem vásárolhattam.

Az is megfogalmazható, hogy a csoki ára és a rágó ára is páros szám, ezek összege is csak páros lehet, tehát a feladat ilyen adatokkal nem oldható meg.

(A feladathoz felírható nyitott mondat: $(4 \cdot \triangle) + (2 \cdot \square) = 15$, ez az egész számok körében nem megoldható.)

6./ 8 zacskó cukorkát vettem. ezek között volt 6 és 4 forintos csomag. Az olcsóbból többet vettem. Összesen 32 forintot fizettem. Mennyit vettem az egyik és mennyit a másik fajtaból?

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

összesen: 8 csomag
 fizettem: 32 Ft-ot
 1 csomag: 4 Ft
 1 csomag: 6 Ft
 4 Ft-os csomag: \triangle db
 6 Ft-os csomag: \square db $(8 - \triangle)$

A 4 Ft-os csomagból többet vettünk, mint a 6 Ft-os csomagból.

4 Ft-os csomag (db):	7	6	5	4	3
ára (Ft):	28	24	20	14	12
6 Ft-os csomag (db):	1	2	3	4	5
ára (Ft):	6	12	18	24	30
összesen került (Ft):	34	36	38	40	42

A feladat csak abban az esetben oldható meg, ha mind a 8 zacskó 4 Ft-os cukorka lenne, de vettünk 6 Ft-osat is, tehát a feladatnak nincs megoldása.

7./ 32 forintért vettem 9 zacskó cukorkát. Volt amelyik 4 és volt amelyik 6 forintba került. Hány zacskóval vettem az egyik és háánnyal a másik fajtából?

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

összesen: 9 csomag
 9 csomag ára: 32 Ft
 1 csomag ára: 4 Ft
 1 csomag ára: 6 Ft
 4 Ft-os csomag: \triangle db
 6 Ft-os csomag: \square db $(9 - \triangle)$

a/ Ha minden zacskó 6 Ft-os, akkor a 9 zacskóért 54 Ft-ot kell fizetni.

Ha minden zacskó 4 Ft-os, akkor 36 Ft-ba kerül a 9 zacskó. Tehát nem lehet, hogy csak 32 Ft-ot fizettem. A feladatnak nincs megoldása.

b/ Próbálkozzunk a táblázatos elrendezéssel!

4 Ft-os zacskó (db):	1	7	8
ennek ára (Ft):	4	28	32
6 Ft-os zacskó (db):	8	2	1
ennek az ára (Ft):	18	12	6
összesen fizettem (Ft):	52	40	38

↑

Ez messze van a 32-től, tehát a drágábból

kevesebb van, ezért nem 2-vel próbálom a következőt.

A feladatnak nincs megoldása, mert már a 8 db 4 Ft-os zacskó 32 Ft-ba kerül.

3./ Zsófi és Piri egyik napon megkerülte a háztömböt. A háztömb körüli út 800 méter. Egy helyről indultak, de ellentétes irányba mentek. Piri 30 métert tett meg egy perc alatt, Zsófi 50 métert. 9 perc múlva találkoztak. Milyen messze voltak az indulási helytől?

"Szerinted ki tett meg több utat?"

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

az út: 800 m
 Piri 1 perc alatt megtett: 30 m-t
 Zsófi 1 perc alatt megtett: 50 m-t
 találkoztak: 9 perc múlva

Milyen messze voltak a találkozáskor az indulási helytől?

Piri 1 perc alatt 30 m-t tett meg, 9 perc alatt $(30 \cdot 9 =)$ 270 m-t
 Zsófi 1 perc alatt 50 m-t tett meg, 9 perc alatt $(50 \cdot 9 =)$ 450 m-t

Ilyen messze voltak az indulástól 9 perc múlva, de ekkor még nem találkoztak, mert ez csak 720 m. Tehát nincs megoldás.

A kapott eredmény nem felel meg a szövegben levő minden feltételnek (a találkozás).

9./ A nyuszi és a süni versenyeztek. A süni 2 perccel előbb indult, mint a nyuszi és 3 métert tett meg percenként, a nyuszi előtt ért célba pontosan 2 perccel. A nyuszi 6 métert tett meg percenként. Milyen hosszú volt a versenypálya?

Az állatok azonos helyről indultak a versenyen, de nem egyszerre. A süni 2 perccel előbb indult, mint a nyuszi, és 2 perccel előbb is ért célba. Ez éppen azt jelenti, hogy ugyanannyi ideig voltak úton.

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

Süni megtett 1 perc alatt: 3 m-t

Nyuszi megtett 1 perc alatt: 6 m-t

Pálya hossza: Δ m

/A feladat rejtett ismeretlent is tartalmaz, az időt (\square)./

Mindketten ugyanakkora utat tettek meg azonos idő alatt, pedig a sebességük nem volt azonos. Tehát a feltételek ellentmondók (a gyorsabb kevesebb idő alatt teszi meg ugyanazt a távolságot), a feladat nem megoldható.

A süni és a nyuszi által megtett út azonos. Ugyanannyi ideig vannak úton, tehát $3 \cdot \square = 6 \cdot \square$. Ez a nyitott mondat csak akkor oldható meg, ha az idő (\square) nulla. Így a feladatnak nincs értelme, nem megoldható.

10./ Egy úszómedencéből 2 csövön keresztül 5 óra alatt eresztették le a vizet. Mennyi ideig tartott volna egy csövön, ha a vastagabbon keresztül 4 óra alatt ürül ki a medence?

Egy úszómedencéből 2 csövön (különböző vastagságú) keresztül engedték le a vizet. Azt szeretnénk tudni, ha külön használjuk a csöveket, mennyi ideig tart az úszómedence kiürítése.

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

üres lett a medence (2 csövön): 5 óra alatt

üres lett a medence a vastag csövön: 4 óra alatt

üres lett a vékonyabb csövön: Δ óra alatt

Ha a vastagabb cső mellé még egy csövet kapcsolunk, akkor tovább tart a kiürítés, mintha a csövet egyedül használnánk. Itt ellentmondás van, tehát a feladat nem megoldható.

11./ Gábornak az üdülő gondnoka azt mondta: "Volt itt már egyszerre 20 gyerek is." Ezen Gábor elcsodálkozott és elhatározta, hogy utána számol. Megtudta, hogy összesen 12 szoba van. Kétszer annyi a két ágyas, mint a 3 ágyas. Minden szobában legalább egy felnőtt is van. Az üdülőben legfeljebb 2 pótágy helyezhető el. Segíts Gábornak a számolásban!

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

összesen: 12 szoba

kétágyas $>$ háromágyas

2 pótágy

Minden szobában van legalább egy felnőtt.

Lehetett-e egyszerre 20 gyerek az üdülőben?

Akkor van a legtöbb gyerek, ha minden szobában csak egy felnőtt van és a pótágyon is gyerek fekszik.

A 12 szobából 4 a háromágyas és 3 a kétágyas.

A háromágyasban lehet szobánként 2 gyerek, így legfeljebb 8, a kétágyasban szobánként 1, így itt is 8 gyerek lehet.

Ez összesen 16, a két pótágyon 2, így ez csak 18.

Nem lehetett úgy elhelyezni a vendégeket, hogy "akár 20 gyerek" is lehessen ott egyszerre.

12./ Milyen messze van a barck és a körtefa egymástól, ha két csiga, amelyek a fáktól indulnak egymással szembe, 5 óra múlva az út felénél találkoznak. Az egyik 4, a másik 6 métert tesz meg egy óra alatt.

Az út felénél találkoznak: ez azt jelenti, hogy mindkettő ugyanannyi utat tesz meg. Azonos ideig vannak úton (5 óra), de a sebességük nem egyezik meg. Nem lehet, hogy az út felénél találkozzanak ($4.5 \neq 6.5$). Ezzel a feltétellel nem oldható meg a feladat.

13./ Két szám összege 1016, a két szám különbsége 720. Az egyik szám hatszor akkora, mint a másik. Melyik ez a két szám?

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

a két szám összege: 1016

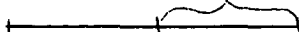

a két szám különbsége: 720

egyik $>$ másik

6-szor

az egyik szám: \triangle

a másik szám: \square
720

egyik:  } 1016
másik: 

/A feladat felesleges adatot is tartalmaz./

A rajzról látszik, ha a kisebb számot vesszük kétszer, akkor az összeg 720-szal kevesebb, azaz 296. Tehát az egyik szám ($296/2=$) 148. A másik, a nagyobb 868. (Nem kellett a harmadik adat.)

Ellenőrzés: az összeg $148+868=1016$
a különbség $868-148=720$

A nagyobb hatszor akkora, mint a kisebb:

$148 \cdot 6 = 888 \neq 868$, tehát ez a két szám nem teljesíti a feltételeket.

/A feladatot bármelyik két feltétellel oldjuk meg, ugyanerre a megállapításra jutunk.

14./ Gondoltam egy számot, ha elosztom 3-mal, a maradék 1, ha elosztom 5-tel a maradék 3. Az öttel való osztás hányadosa 6-tal nagyobb, mint a 3-mal való osztás hányadosa. Melyik ez a szám?

Egy számra gondoltam: \triangle

Adatok kigyűjtése, ismeretlen jelölése:

3-mal osztom: marad 1

5-tel osztom: marad 3

Az első hányados ($\triangle/3$; $\triangle:3$) $\underset{6}{<}$ a második hányados ($\triangle:5$)

Ez a feltétel ellentmondásra vezet, mert ha ugyanazt a számot kisebb számmal osztom, akkor az többször van meg benne, mint a nagyobb szám. A kisgyerek ezt nehezen fogalmazza meg. Csak konkrét feladat kapcsán veszi észre.

3-mal osztok, a maradék 1:

A szám lehet: 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43

5-tel osztok, a maradék 3:

Így a szám: 13, 28, 43

3-mal való osztás hányadosa: 4 9 14

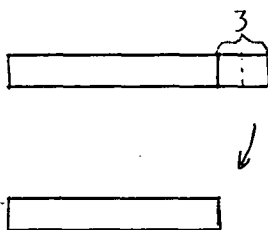
5-tel való osztás hányadosa: 2 5 8

Ha a hányadosokat megnézzük, mindig a 3-mal való osztás hányadosa a nagyobb. A hányadosok közötti különbség nő (mindig 2-vel nagyobb), tehát nem tudjuk teljesíteni a feltételt, a feladat így nem oldható meg.

15./ Milyen hosszú volt az a szalag, amelyet a felétől 3 cm-re vág-
tam el és az egyik darab 20, a másik 23 cm lett?

A megoldás előtt jó, ha pl. papírcsíkkal szemléltetünk, meghajtjuk
a felénél és ezután egy kicsit távolabb, majd megnézzük mennyivel nő a
különbség a darabok között.

Nem tudjuk úgy elvágni a papírcsíkot, hogy a darabok közötti különbség
is 3 cm legyen és a felétől is 3 cm-re vágjuk (az csak 1 és fél lehet).



Mint az előzőekben említettük már, a kísérletben résztvevő osztályok kiválasztása és a kontroll, valamint kísérleti csoportba sorsolása is véletlenszerűen történt (Bács-Kiskun megye általános iskolái közül).

A kontroll és a kísérleti csoport által szolgáltatott adatokból számított mutatók (F-próba, t-próba) alapján mondhatjuk - mivel az eredmények között nem mutatkozott szignifikáns különbség -, hogy a két csoport egy sokaság véletlenszerűen kiválasztott reprezentáns halmaza. Egy megyei reprezentatív mérésről van szó, így a kísérlet során szerzett tapasztalatokat erre a populációra tartjuk általánosíthatónak.

A kiválasztott osztályokban 3. osztály végén a szöveges feladatok megoldásából előmérést végeztünk. Ezután a tantervi anyag módosítása, átcsoportosítása nélkül, osztálykeretben egy kísérletet indítottunk el. A kísérlet két részből állt, egyrészt egy feladatdúsítást hajtottunk végre, másrészt egy módszerbeli változtatást vezettünk be. A kiválasztott szöveges feladat fajták (A, B, C) dúsítását minden osztályban elvégeztük. A kísérletben résztvevő osztályok közül a kontroll csoportnál csak ez volt a változás, a kísérleti csoportnál ezen túl még egy módszerbeli változtatást is bevezettünk. A kijelölt szöveges feladatokat az általunk kidolgozott feladatelemző módszer felhasználásával oldották meg a tanulók tanév közben.

Az oktatás hatására az év során feltételzhetően a kontroll csoport is fejlődött, így a módszer hatásosságát a két csoport eredményeinek összehasonlítása alapján vizsgáljuk. Nem hagyjuk ki azonban annak a lehetőségét sem, hogy a két csoport kísérlet utáni eredményeit saját kezdeti eredményükkel vessük egybe.

Az előmérés és a mérés során feladatlapot használtunk (3. és 4. sz. melléklet), amelynek megoldására egy tanítási óra állt rendelkezésre. A mérés két részből állt. Az egyik alkalommal - ugyanúgy, mint az előmérés során - csak a feladatokat kapták meg a tanulók, másnap a feladatok

mellé olyan segédlapot (5. sz. melléklet) adtunk, amelyen az év közben használt elemző módszerhez tértünk vissza. A segédlapon a feladatokat kérdések segítségével felbontottuk. Az elemzés során csak azt mutatjuk meg, hogy hányan vannak, akik a "mankóra" támaszkodva már meg tudják oldani a feladatot, és hányan maradtak olyanok, akiket az alsó tagozat végére sem sikerült felzárkóztatni.

A méréseknél használt 4-4 feladat között szerepelt egymegoldású ("szokványos"), nem megoldható, több megoldású és azonosságra vezető, azaz olyan, amelynek végtelen sok megoldása van.

Az egymás mellett ülő gyerekek különböző feladatokat kaptak, ezért két változat készült. Az "A" és "B" változat feladatai azonos szintű anyagot tartalmaznak, ezért a felmérés feldolgozása során nem teszünk különbséget a csoportok között.

A névvel ellátott dolgozatokat a megíratás után a tanítók címünkre elküldték. Az egységes elbírálás miatt a feladatok megoldásának javítását mi végeztük. Csak azoknak a tanulóknak a munkáját vettük figyelembe, akik mindhárom mérésen részt vettek. Az egységes javítás lehetőséget biztosított olyan megfigyelésekre is, amelyekre a statisztikai feldolgozás során nem tértünk ki. Így képet kaptunk arról, hogy hogyan dolgoznak a tanulók, milyen a munkájuk áttekinthetősége, külalakja. Követnek-e el "típushibát" és mi az, milyen a helyesírásuk, stílusuk stb.

A feladatokat a javítás során olyan egységekre bontottuk, amelyekről egyértelműen eldönthető, hogy elvégezte a tanuló, vagy nem. Ennek megfelelően egy-egy kódot adtunk (6. sz. melléklet) minden alternatív egységnek.

Az értékelés során feladatonként kitértünk a megoldásra, a feladat értelmezésére, a megoldási mód választására, az ellenőrzésre és a válaszáadásra. Ezt az öt szempontot vettük figyelembe az előmérés és a mérés adatainak a feldolgozásánál is. A segédlap miatt a mérés minden feladatá-

nál egy 6. szempont is szerepel, amely arra vonatkozik, hogy megértette-e a tanuló az így feldolgozott feladatot, és ezzel a segítséggel a sikeres megoldók közé került-e?

Így tanulónként 44 alternatív egységet (20; 24) vettünk figyelembe, egy-egy helyre 0-7-ig kerülhetett kód. Ezek közül természetesen nem volt mindegyik pontra váltható.

Mivel nem standardizált mérőlap készítéséről, hanem csak feladatlappal történő mérésről van szó, egy-egy alternatív egységre csak szintsúlyt állapítottunk meg. Ezt azért tartottuk szükségesnek, mert a tudáselemek nem tekinthetők egyenértékűeknek sem a tantervi követelmények alapján, sem a végrehajtáshoz szükséges értelmi tevékenység szempontjából.

A pontokat százalékpontokra számítottuk át, a statisztikai számításokat így végeztük. A számítások során a didaktikai vizsgálatokban elfogadott $p = 5\%$ -os tévedési valószínűséget engedték meg. Az adatokat számítógépre vittük, a számításokat a főiskolán használt, az OOK által biztosított programmal (szerző nincs feltüntetve), illetve ennek bizonyos átalakított változatával végeztük. (A 7-16. számú mellékletek tartalmazzák az adatokat és a statisztikai számítások eredményeit.)

284 (142; 142) tanuló munkáját vettük figyelembe a megyei felmérés során. A névről sorszámmra tértünk át, az első három hely tanulónként ezt mutatja, így az előzőekben ismerttetett 44 alternatív egység a 4. helytől a 47. helyig található.

Az összesítő táblázatokat (11., 12. sz. melléklet) a következők szerint használhatjuk.

Az előmérés feladataira vonatkozó kódok a 4.-23. sorig, a mérésre vonatkozó ugyanilyen adatok a 24-47. sorig találhatók

A feladatok sorrendje megegyezik az elő- és utómérés során. Ez a sorrend a következő: egymegoldású (4.-8.; 24.-29.); nem megoldható (9.-13.; 30.-35.); több megoldású (14.-18.; 36.-41.); végtelen sok megoldású (19.-23.; 42.-47.) feladat.

Az előmérés esetén minden 5., a mérés esetén minden 6. helyen találjuk az egyes feladatok értékelésekor használt azonos szempontokat.

A táblázatok (11., 12. számú melléklet) alapján a következőket mondhatjuk a felmérésünkről.

A kísérlettől azt vártuk, hogy kevesebben lesznek azok, akik nem kezdenek hozzá a feladatok megoldásához.

Nézzük először a négy feladatra vonatkozó összesített (kontroll + kísérleti) adatokat!

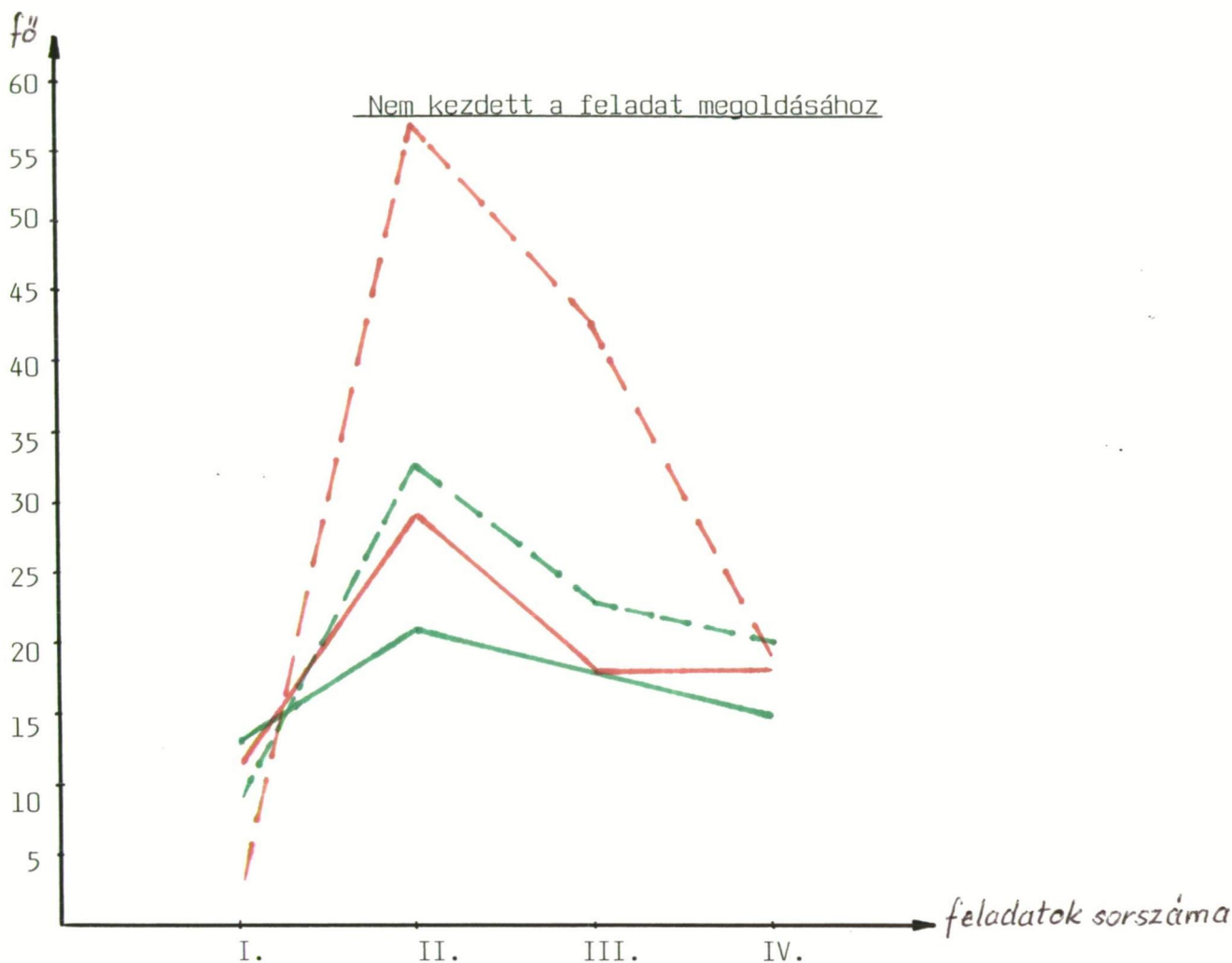
Az előmérés és a mérés során is 1136 feladatot kellett megoldania a 284 tanulónak. Ebből az előmérés során 207 (18 %) nem kezdett hozzá, a mérés során ez a szám 143-ra (12,5 %) csökkent. Ez a változás a teljes minta esetén is javulást mutat. Csak a számokat figyelve nézzük, milyen a változás, ha a mintát szétbontjuk a kontroll és a kísérleti csoport tanulóinak munkájára.

	előmérés	mérés	eltérés
Kontroll csoport:	85 (14,9 %)	67 (11,7 %)	18
Kísérleti csoport:	122 (21,4 %)	76 (13,3 %)	46

Ha csak ezt a szempontot tekintjük, megállapíthatjuk, hogy a kísérleti csoportba több olyan tanuló került, akiknél a feladat megoldására vonatkozóan próbálkozást sem találunk. Az egy év eltelte után még mindig itt találunk több ilyen tanulót, de ha az "eltérés" oszlopát figyeljük, látjuk, hogy többen tértek rá a "legalább megpróbálom" útra.

Nézzük meg, hogy a kontroll és a kísérleti csoport elő- és utómérése során feladatonként hogyan alakul ez a változás.

	kontroll csoport				kísérleti csoport			
	I.	II.	III.	IV.	I.	II.	III.	IV.
előmérés:	9	33	23	20	3	57	43	19
mérés:	13	21	18	15	11	29	18	18



A vízszintes tengelyre a feladatok kerülnek a következő sorrendben:

- I. egy megoldású
- II. nem megoldható
- III. több megoldású
- IV. végtelen sok megoldású.

A függőleges tengelyen azt jelöljük, hogy hány tanuló nem kezdett hozzá a feladat megoldásához.

A kontroll csoport poligonját zöld, a kísérleti csoportét piros színnel rajzoljuk. Az előmérést szaggatott, a mérést folytonos vonal jelenti.

A poligon párokat (szín; vonalfajta) összevetve leolvasható feladatfajtánként is a változás. Mint említettük az előzőekben, a szöveges feladatok tanításának is a perifériáján vannak a nem megoldható és a több megoldású feladatok. Az itt ábrázolt szempont talán nem a legjellemzőbb, de véleményünk szerint az említett helyzetet azért jól tükrözi.

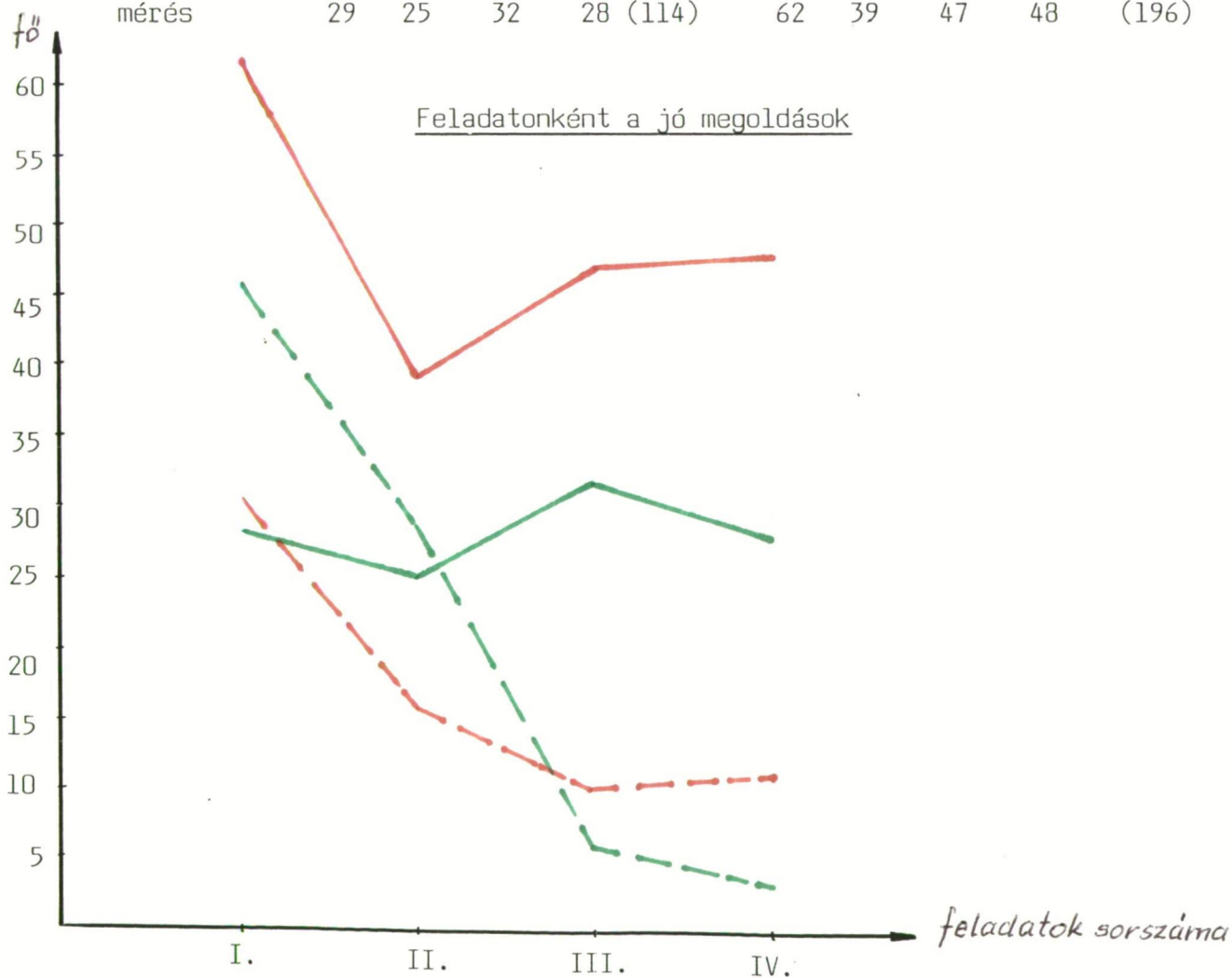
A tanulók teljesítménye szempontjából a jó megoldások száma a lényeges. Nézzük hogyan alakult ez a táblázatok alapján!

A négy feladatot együtt tekintve az előmérés során teljes megoldást 152 (13,3 %) feladat esetében találtunk. A kísérlet zárásaként végzett mérés alkalmával ez már 310 (27,2 %) feladatot jelentett (eltérés 158).

A tantervi követelményeket figyelembe véve - amely a több megoldás esetében azt mondja, hogy "találjon megoldást", egyszerűbb esetben az össze-set - ezek a számok így alakulnak: előmérés 410 (36,0 %); mérés 534 (51,4 %) feladat (eltérés 174).

A teljes megoldást adók számát hasonlítsuk össze csoportonként, mérésenként és feladatfajtként!

	kontroll csoport					kísérleti csoport				
	I.	II.	III.	IV.	Össz.	I.	II.	III.	IV.	Össz.
előmérés	46	29	6	3	(84)	31	16	10	11	(68)
mérés	29	25	32	28	(114)	62	39	47	48	(196)



Nézzük az összetartozó párokat! Akár szín, akár vonal szerint vizsgáljuk, megállapítható, hogy az új tanterv bevezetésével a tananyagba kerülő feladatok megoldása nagyon gyenge. Az eredménnyel a kísérlet után sem lehetünk elégedettek, de jól látható a javulás. Ez főleg akkor szembeűnő, ha a kezdeti állapotot hasonlítjuk a befejező szakaszhoz. Összeségét tekintve a jó megoldásokat adók száma a kísérleti csoportul választott osztályokban volt a legalacsonyabb, tehát ez a tény bizakodóvá tehet bennünket a fejlődést illetően.

A kontroll csoport esetében, ahol csak azt biztosítottuk, hogy a gyerekek találkozzanak ugyanúgy nem megoldható és több megoldású feladatokkal, már látszik a javulás. Ahol a módszerben is változás történt, ott még több tanuló tudta megoldani a feladatokat.

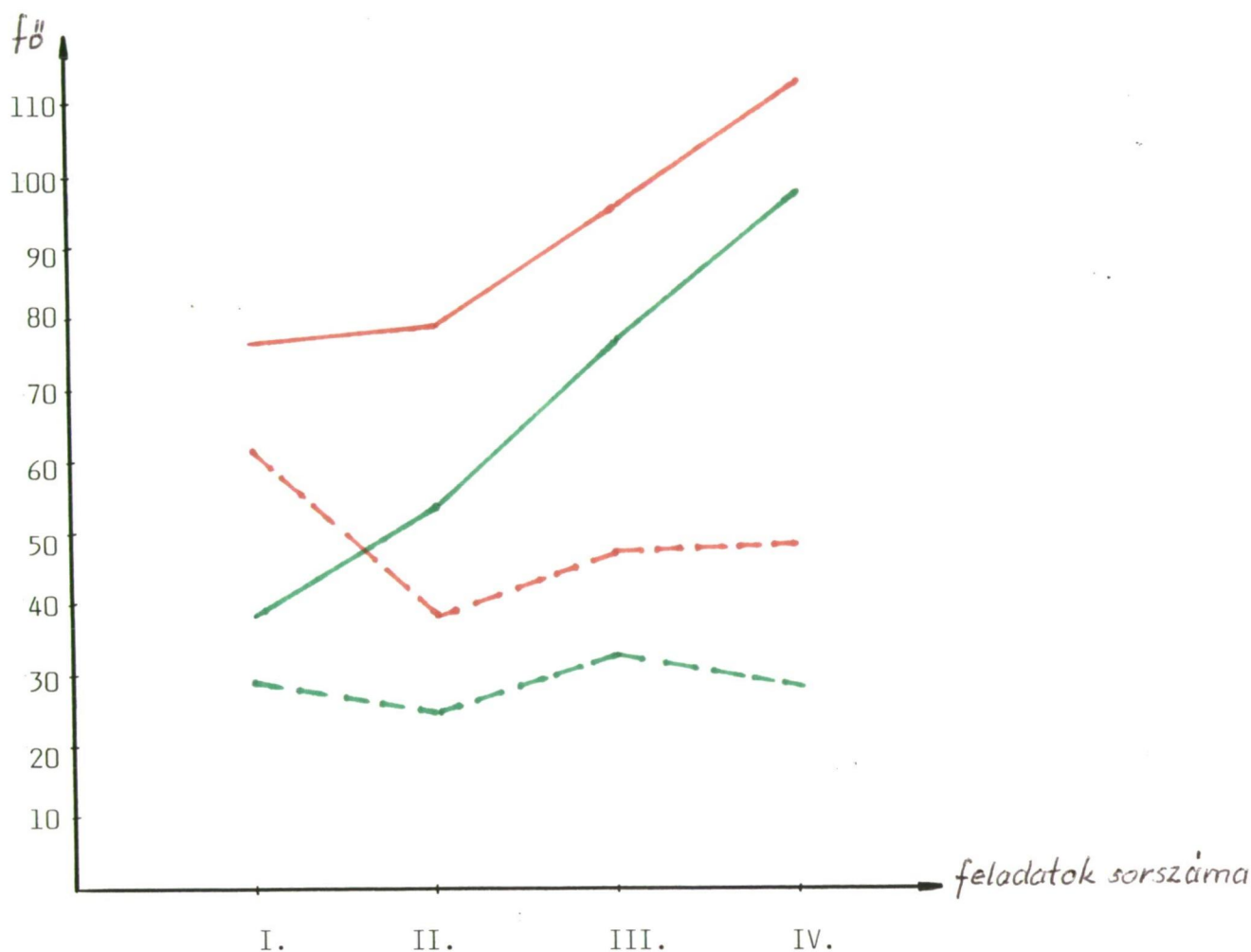
A mérés során használt segédlapot csak abból a szempontból vizsgáltuk, hogy a segítő kérdések alapján hányan tudták jól megoldani a feladatot. Az 5-ös számú mellékletként szereplő segédlapon látható, hogy volt amikor rajzot kellett kiegészíteni, volt amikor hiányos mondatból állítást kellett készíteni, vagy a tanulóknak egyszerűen kérdésre kellett válaszolni. Ezek segítségével juthattak el a tanulók a jó megoldást adók táborába.

Nézzük meg, hogyan alakul a jó megoldást adók száma a mérés alkalmával a segédlap hatására!

	kontroll csoport				kísérleti csoport			
	I.	II.	III.	IV.	I.	II.	III.	IV.
mérés								
feladatlap	29	25	32	28	62	39	47	48
segédlap	38	53	76	97	77	79	95	113

A kontroll és a kísérleti csoport esetében is a szaggatott vonal a feladatlapmal, a folytonos vonal a segédlappal elért eredményt mutatja.

A segédlap alkalmazásával feladatonként a jó megoldások



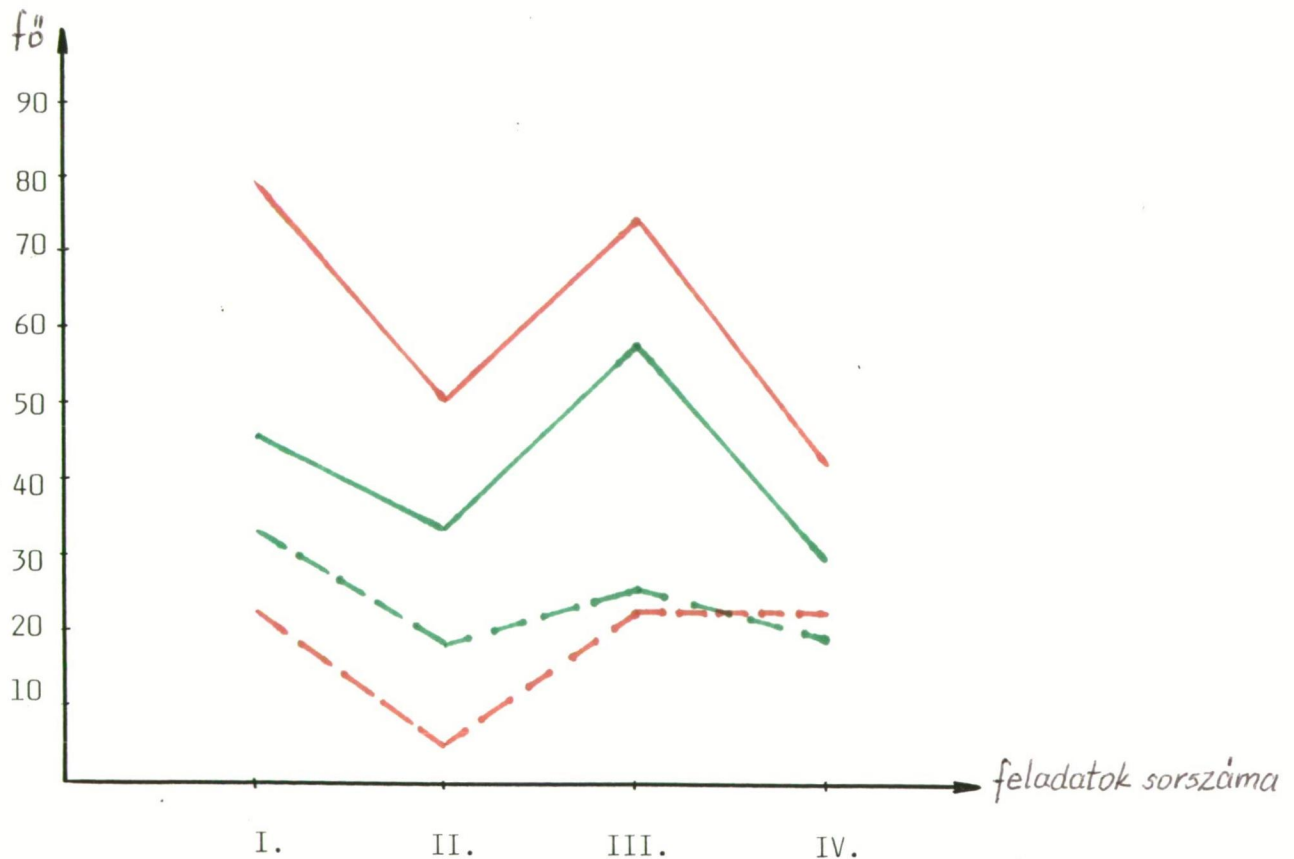
Úgy gondoljuk, hogy ebből rendkívül fontos következtetést kell levonnunk a tanításra vonatkozóan. Nem hagyhatjuk a gyerekeket magukra ebben a témakörben. Az is felvetődhet, hogy indokolt-e tantervi követelményként (ebben a témakörben) az önálló feladatmegoldást kérni. Ennek ugyanis biztos következménye az, hogy a gyakorlatban még korábban magukra hagyják a tanítók a gyerekeket. Nemcsak ez a szemmel látható több jó megoldás, hanem a különben igen gyenge teljesítmények együttesen mondatják velünk azt, hogy ettől a korosztálytól még nem várható a teljesen önálló munka. Ha 4. osztály végén ezt kérjük, akkor a következő években már nem lépünk vissza, és így szinte remény sincs arra, hogy javul a helyzet.

A javítás során második szempontként vizsgáltuk a feladatok értelmezését. Ennek értékelése igen sok gondot okozott. Egyrészt azért, mert a gyerekek munkájának többsége nem tükrözte azt, hogy valamilyen elképzelésük lenne a feladatról, másrészt a jó megoldást adók egy részénél is ez a kód 0 lett. Erre tekintettel voltunk akkor, amikor a kódokról pontokra tértünk át. Úgy gondoltuk, hogy ha valaki helyesen oldja meg a feladatot, jogosan feltételezhető, hogy helyesen is értelmezte.

Feladatonként nézzük a helyesen értelmezők számát!

	kontroll csoport				kísérleti csoport			
	I.	II.	III.	IV.	I.	II.	III.	IV.
előmérés:	33	19	26	20	23	5	23	23
mérés:	46	34	58	30	80	50	75	43

Jól értelmezték a feladatokat



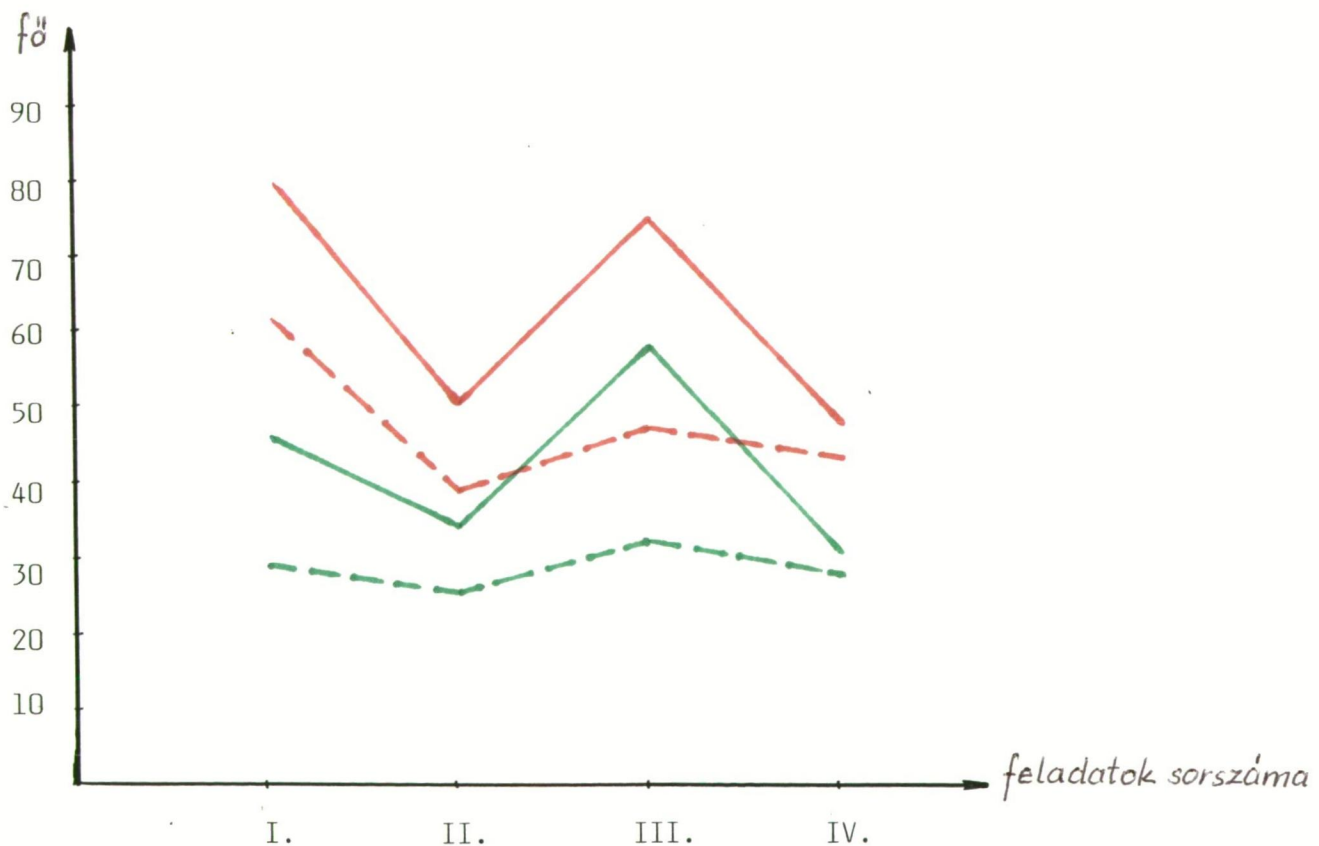
Ha az azonos színű vonalak ugyanazon feladathoz tartozó pontjait vizsgáljuk, láthatjuk a javulást. Nyugodtan mondhatjuk tehát, hogy ez nagyobb mértékű a kísérleti csoportnál.

Vizsgáljuk együtt a feladatot jól megoldók (előző szempont) és a jól értelmezők számát! A két szempont alapján csak a mérések eredményeinek összehasonlítását végezzük el.

A szaggatott vonal a jól megoldókat, a folytonos vonal a jól értelmezőket jelenti.

	kontroll csoport				kísérleti csoport			
	I.	II.	III.	IV.	I.	II.	III.	IV.
jól oldja meg	29	25	32	28	62	39	47	43
jól értelmezi	46	34	58	30	80	50	75	48

A feladatokat jól megoldók és jól értelmezők



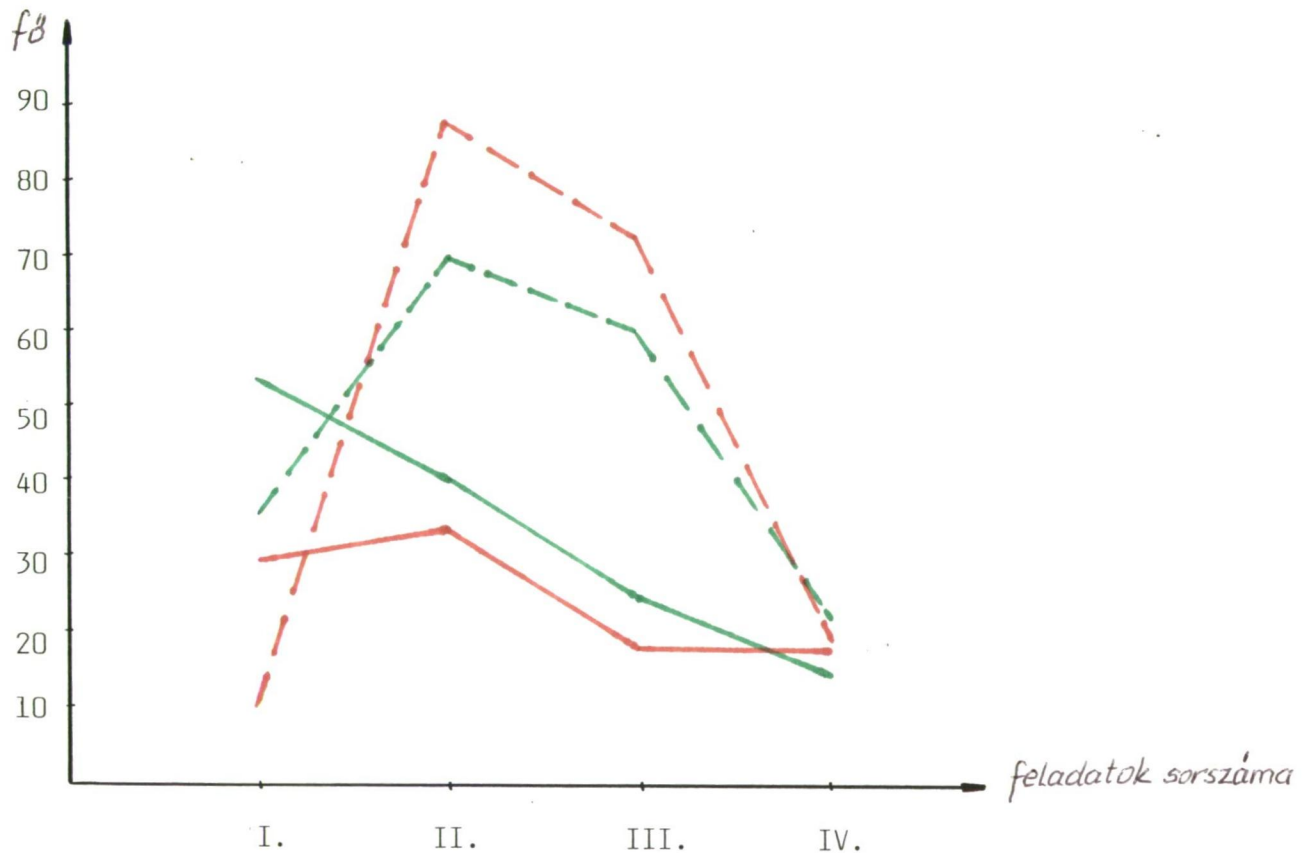
Ebből is jól látszik, hogy vannak, akik jó rajzot készítenek, jól értelmezik a kapcsolatokat, a feladat megoldása mégsem sikerül. Ők jól igazolják azt a tapasztalatot, hogy a megértés sok esetben nem biztosítja a helyes megoldásnak, de tudjuk, hogy megértés nélkül az szinte lehetetlen.

Szerettük volna elérni a kísérletünkkel azt, hogy csökkenjen azoknak a száma, akik a szövegben szereplő számadatokat minden "szűrő" nélkül, egyszerűen valamilyen műveleti jellel összekapcsolják. Ez sok esetben nagyon szélsőséges. A javítás során talákoztunk például olyannal, hogy a tanulók számát kilogrammally összeadva csoportlétszámot kaptak, de idők összege is adott távolságot. Ezeknél a gyerekeknél talán nem is a szöveges feladatok megoldásával kellene foglalkoznunk, hanem a mennyiségek valóságtartalmával, relációk vizsgálatával. A tanítási tapasztalatunk az, hogy akik nem szoktathatók le a minden kapcsolat nélküli számolások végzéséről, úgy hagyják el az alsó tagozatot, hogy a problémamegoldás csírája sem fedezhető fel náluk.

Az előmérés időszakában összességében 327 (28,7 %), a méréskor 235 (20,6 %) esetben talákoztunk ilyen problémával. Feladatokra lebontva ez a következőképpen alakul:

		kontroll csoport				kísérleti csoport				
	<u>ÖM.</u>	I.	II.	III.	IV.	I.	II.	III.	IV.	<u>ÖM.</u>
előmérés	19	36	70	60	21	10	88	73	19	190
mérés	135	54	41	25	15	30	34	18	18	100

Az adatokat "valamilyen " módon összekapcsolják



A gyerekek által választott megoldási módokat a 6-os számú melléklet mutatja. A kódokról pontra való áttérésnél erre a szempontra nem voltunk tekintettel. Véleményünk szerint - és ez a tantervvel sincs ellentétben -, az a fontos, hogy valamilyen módon tudják kiszámítani a feladatot. Úgy gondoljuk, hogy a választást elsősorban a feladat milyensége határozza meg, de biztosan befolyásolja a tanítási órák gyakorlata is.

A következő táblázat a tanulók által választott megoldási módokat mutatja feladatonként a már eddig használt megosztásban.

feladatok	csoportok	felmérések	számfeladat	nyitott mondat	rajz	táblázat	vegyes	próbálgatás	nincs nyoma műveletnek
I.	kontroll	előmérés mérés	93 41	7 12	5 4	- 13	- 1	1 8	- 9
	kísérleti	előmérés mérés	60 20	68 36	3 12	- 27	1 5	- 9	- 3
II.	kontroll	előmérés mérés	21 64	2 7	1 1	4 15	- -	9 9	25 5
	kísérleti	előmérés mérés	4 28	10 26	3 3	11 42	- -	5 6	11 3
III.	kontroll	előmérés mérés	33 23	5 20	- -	14 58	- -	12 15	18 1
	kísérleti	előmérés mérés	19 9	16 26	- -	17 73	- 2	8 9	9 -
IV.	kontroll	előmérés mérés	25 17	85 97	- -	- -	- -	3 11	8 2
	kísérleti	előmérés mérés	8 5	110 109	- -	- 2	- -	2 3	3 -

A számfeladat felírása mellett legtöbbször nyitott mondattal próbálják megoldani a feladatokat. Ez a megoldási mód a tanítási órákon is igen elterjedt, elsősorban azért, mert "elegáns", "nagyos" megoldási módnak tartják. Sajnos a módszerhez kapcsolódó hibalehetőségeket nem tudjuk kivédeni. Ezek jelentkeznek az ismeretlen jelölésében (nem tudják mit jelent a keret); ugyanannak a keretnek (jelnek) egy feladaton belüli többszöri használatában; az egyenlőségjel helytelen használatában. Sok esetben a nyitott mondat megoldása önálló problémaként jelentkezik, így elszakad magától a szöveges feladattól.

Ha az előző táblázat adatait összehasonlítjuk a feladatokat jól megoldók

számaival, legmeglepőbb az eltérés a IV. feladat esetében. A két csoportot és a két mérést együtt tekintve 401 esetben használtak nyitott mondatot, és 137 esetben sikerült jól megoldani. Néhány részeredmény még ettől is rosszabb képet mutat (85 nyitott mondat, 3 jó megoldás; 110 nyitott mondat, 11 jó megoldás).

Ez a tanítás során gyakran használt "gondoltam egy számot..." típusú feladat, amelynek végtelen sok megoldása van. A gyerekeknél azt tapasztaltuk, hogy egy megoldás megtalálása után nem keresnek mást, de előfordul az is, hogy a matematika nyelvére való "fordítás" nem jó. Sokszor nem használnak zárójelet, de úgy számolnak, mintha lenne.

Szempontjaink között a következő az ellenőrzés vizsgálata. Kísérletünkől vártuk, hogy növekedni fog az ellenőrzést végzők száma. Ellenőrzésen értjük egyrészt a számítások ellenőrzését, másrészt a kapott eredménynek a feladatban szereplő feltételekkel és a valósággal való egybevetését is. Aki csak a számításokat ellenőrizte 1-es, aki teljes ellenőrzést végzett 2-es kódot kapott.

Az összesítő táblázat alapján az alábbi táblázatot készíthetjük az ellenőrzésről feladatonkénti bontásban:

	kontroll csoport					kísérleti csoport				
	I.	II.	III.	IV.	Össz.	I.	II.	III.	IV.	Össz.
előmérés	2	17	9	36	(64)	0	4	1	45	(50)
mérés	20	18	65	96	(199)	39	38	83	77	(237)

Sajnos bármelyik számadatot választhatjuk, egyik sem tükrözi, hogy az ellenőrzés a tantervi követelmények sorában minimum követelmény. A kísérlet után ugyan többen vannak, akik ellenőrzést végeznek, de erről a fejlődésről nem érdemes beszélni, mert messze van attól, ahova el kellene jutni.

Nem térhetünk ki a kérdés elől, hogy mi lehet ennek az oka. Az egyik ok feltétlenül a kisgyermek életkori sajátosságaiban kereshető. Nem igénye az ellenőrzés, nem érzi annak szükségét, hogy önmagát ellenőrizze.

Könnyebben talál hibát másban, mint saját munkájában. ²

Azt hiszem a másik okot a tanításunkban kell keresnünk. A "rendszeres" követelés, a mintakövetés nem tudott felülkerekedni, nem tudta legyőzni a tanulók természetes ellenállását.

A gyerekek írásbeli munkájának a nyomon követése és az óralátogatási tapasztalataink arról győznek meg bennünket, hogy az az elvárás, hogy az ellenőrzés kísérője legyen az önálló munkának, nem megalapozott.

A tanítási gyakorlatban időhiány miatt sok esetben elmarad az ellenőrzés, máskor meg a tanító munkájával való összehasonlításra, illetve a tanító jóváhagyására csökken. Sokszor tapasztaltuk, hogy csak a gyorsabban haladóknak kell ellenőrzést végeznie, ezzel egyfajta (természetesen nem helyes) differenciálást próbálnak megoldani. ¹

A bizonyítási igény fejlesztése terén - amely szintén feladatunk az alsó tagozaton - nagyon sok még a tennivalónk. Tudjuk, hogy ezen a kezdeti fokon ehhez még elegendő a konkrét, esetleg tárgyi, képi ellenőrzés, de mint az adatok mutatják, nagyon sok esetben ezt is hiába kerestük.

Szempontjaink között a következő, a szöveges feladat kérdésére adott válaszok vizsgálata.

A rendelkezésünkre álló adatokat az előzőekben is használt táblázat alapján mutatjuk be. Azoknak a számát tüntetjük fel, akik a kérdésre válaszoltak, azaz 2-es kódot kaptak. A feladat szempontjából csak ez az értékelhető, így is tettünk. A zárójelben levő szám azoknak a tanulóknak a száma, akik 1-es vagy 2-es kódot kaptak. Ők azok, akik egyáltalán válaszoltak.

	kontroll csoport				kísérleti csoport			
	I.	II.	III.	IV.	I.	II.	III.	IV.
előmérés	96 (117)	46 (59)	67 (86)	5 (66)	65 (102)	31 (52)	43 (57)	31 (32)
mérés	64 (96)	71 (93)	62 (73)	58 (65)	80 (97)	58 (79)	75 (86)	60 (77)

Az adatok alapján is látható, hogy itt a kísérlet során nem jutottunk előbbre.

A jól válaszol, válaszol csoportosítás alátámasztja azt a tapasztalatunkat, hogy a tanulók sok esetben a munkavégzés során elfelejtik, hogy mi volt a kérdés. Így - főleg, ha összetett feladatot oldanak meg (akár közös munkában is) - inkább "gondolomra" válaszolnak, mint hogy elolvassák újra a feladatot.

A tanítás során igyekeznünk kell, hogy ezt a természetes türelmetlenséget legyőzzük, így a gondolkodás nevelése és egyéb nevelési területeken is előbbre juthatunk. Gondoljunk csak a megoldás ismeretében az adatok, feltételek, kapcsolatok újbóli számbavételére, vagy arra, hogy tanulóinkban kialakítsuk annak a fontosságát, hogy nem "valamit" válaszolok, hanem a kérdésre összpontosítok.

Az előzőekben elemzett kérdések kódjainak pontokat feleltettünk meg. Ezek összege adta feladatonként a tanulók pontszámát, majd százalékponttra tértünk át. A minta jellemzésére a következőkben az így kapott és számított értékeket (gyakoriság, átlag, szórás, relatív szórás) használjuk. Az adatok alapján elkészítettük a gyakoriságok táblázatát (17. sz. melléklet). Ezeket az adatokat csoportosítottuk. Az intervallum terjedelme a számítás alapján 5,6 , amely helyett az áttekinthetőbb 6-os intervallumot választjuk.

A következő táblázat a csoportosított adatokat mutatja.

Osztályköz (A tanulók teljesítménye %-ban)	Kontroll csoport		Kísérleti csoport		Összesített	
	előmérés	mérés	előmérés	mérés	előmérés	mérés
0 - 5	25	14	30	8	55	22
6 - 11	10	15	17	7	27	22
12-17	12	11	10	6	22	17
18 - 23	19	14	25	10	44	24
24 - 29	23	16	16	10	39	26
30- 35	10	5	12	4	22	9
36 - 41	15	13	5	13	20	26
42 - 47	9	12	10	17	19	29
48 - 53	8	5	6	14	14	19
54 - 59	11	7	3	12	14	19
60 - 65	4	6	5	6	9	12
66 - 71	2	5	2	10	4	15
72 - 77	3	4	1	9	4	13
78 - 83	3	2	0	5	3	7
84 - 89	1	2	1	6	2	8
90 - 95	1	4	0	4	1	8
96 - 101	0	1	0	6	0	7

A táblázatban szereplő adatokat ábrázoljuk. Vizsgáljuk meg először a kezdeti állapotot, azaz az előmérés teljesítményének megfelelő gyakorisági hisztogramot! (82. oldal)

A kontroll csoport adatait zöld, a kísérleti csoportét piros szín jelzi. A két csoport poligonjáról a következőket mondhatjuk.

A kontroll csoportba tartozó tanulók átlagteljesítménye 29,86 %. Az egyszeres szórást (22,18) figyelve megállapítható, hogy kb. a 7-52 százalékpontig terjedő teljesítményeket fogja közre. Ilyen teljesítménnyel a táblázat alapján 89 tanuló rendelkezik, ez az összes tanuló 63 %-a. Ez az érték nem tér el jelentősen a normális eloszlás 68 %-os értékétől, és a minta eloszlása - mint ahogy ránézéssel is látszik - enyhén aszimmetrikus.

A kísérleti csoportba tartozó tanulók átlaga 22,61 %, a szórás 18,56. Az egyszeres szórás által elfoglalt terület a 4-41 százalékpontig terjed. Ilyen teljesítménnyel 87 tanuló rendelkezik, az összes tanuló 61 %-a. A minta eloszlása aszimmetrikus.

Mindkét esetben a szórás a relatív szórás értéke alapján szélsőségesnek mondható.

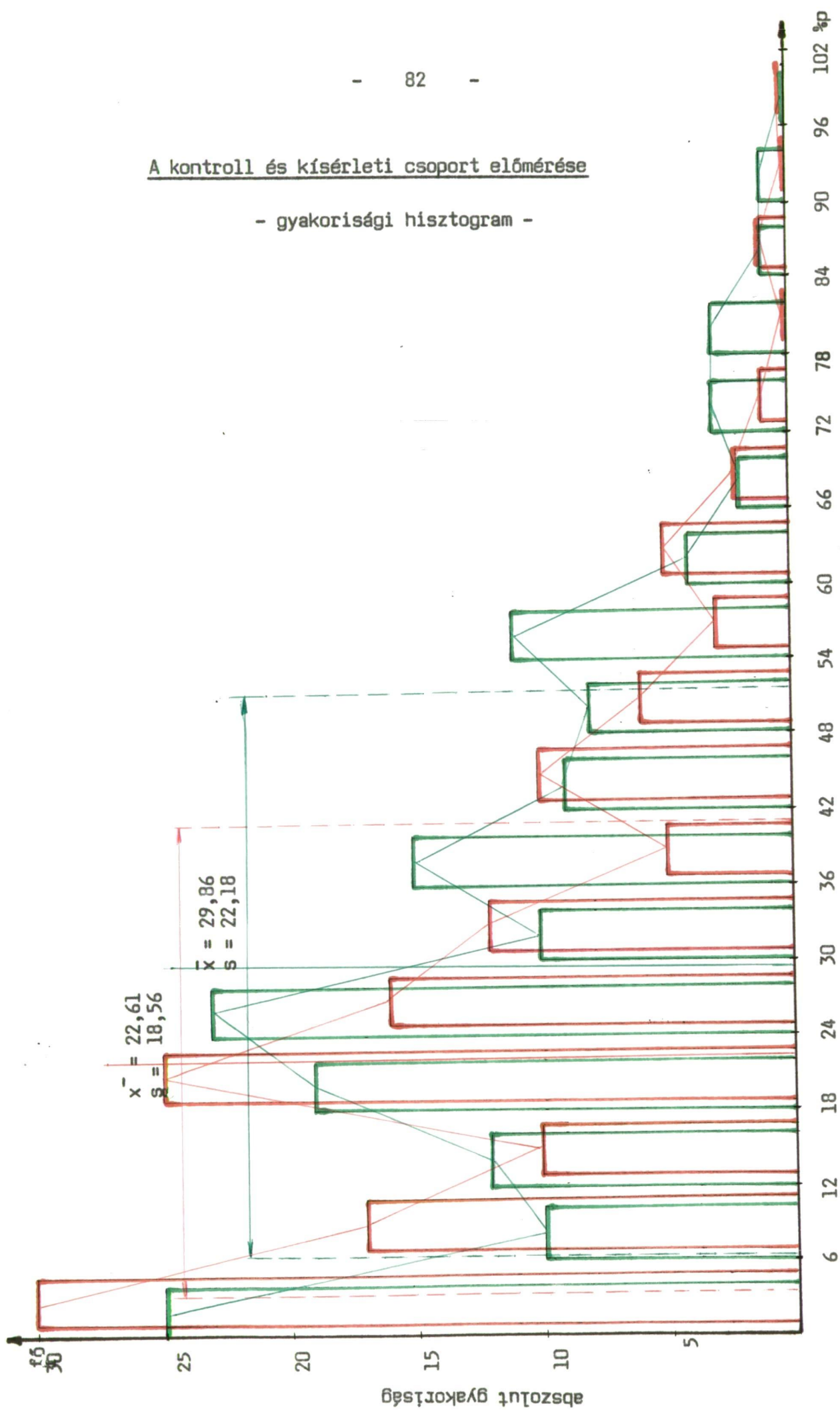
A gyakorisági eloszlások ábrájából és a számítógép által a hisztogramra illesztett haranggörbék (13. sz. és 14. sz. melléklet) alakjából is baloldali aszimmetriát sejtünk, amelyet a számított ferdeség értékei (kontroll csoport 0,57; kísérleti csoport 0,83) megerősítenek.

A görbe alakjáról - a csúcsosság számított értéke (kontroll 2,57; kísérleti 3,22) alapján - azt mondhatjuk, hogy a normális eloszláshoz viszonyítva a kontroll csoport esetében a görbe lapultabb, a kísérleti csoport esetében csúcsosabb.

Ezek - a csoportok között látható és leolvasható eltérések az elvégzett F-próba (1,42) és t-próba (1,00) alapján szignifikánsak, tehát - betudhatók a véletlennek. A két csoport az előmérés idején az átlag-

A kontroll és kísérleti csoport előmérése

- gyakorisági hisztogram -



got és a szórást figyelembe véve jól megfelelnek egymásnak.

Mindkét csoport esetében a leggyakoribb adat a 0-5 zárt intervallumba eső teljesítmény. Az optimálisnak elfogadható teljesítménnyel a kontroll csoportban 8 (5,6 %), a kísérleti csoportnál 1 (0,7 %) tanuló rendelkezett.

Az előmérés után csoportonként indítottuk az egy évig tartó kísérletet. Nézzük meg, hogyan alakul a kontroll csoportnál a gyakoriság hisztogram (az előmérést és a mérést figyelembe véve)! (84. oldal. Az előmérés adatait zöld, a mérés adatait piros szín jelzi.)

Az előmérésnél 29,86 %p volt a teljesítmény átlagértéke, a mérésnél 34,32 %p.

Az előmérés során - mint az előzőekben részleteztük - a tanulók 63 %-a került az egyszeres szórás által lefedett területbe.

A mérésnél az egyszeres szórás a 10-58 %p-ig terjedő területet jelenti. Ide 92 tanuló, a tanulók közel 65 %-a tartozik. A relatív szórás számított értéke alapján mindkét mérés esetén a szórás szélsőséges.

Ez az érték is eltérést mutat a normális eloszlástól, mégpedig, ha a görbe csúcsát és a számított ferdeséget figyelembe vesszük, egy baloldali aszimmetriát jelez.

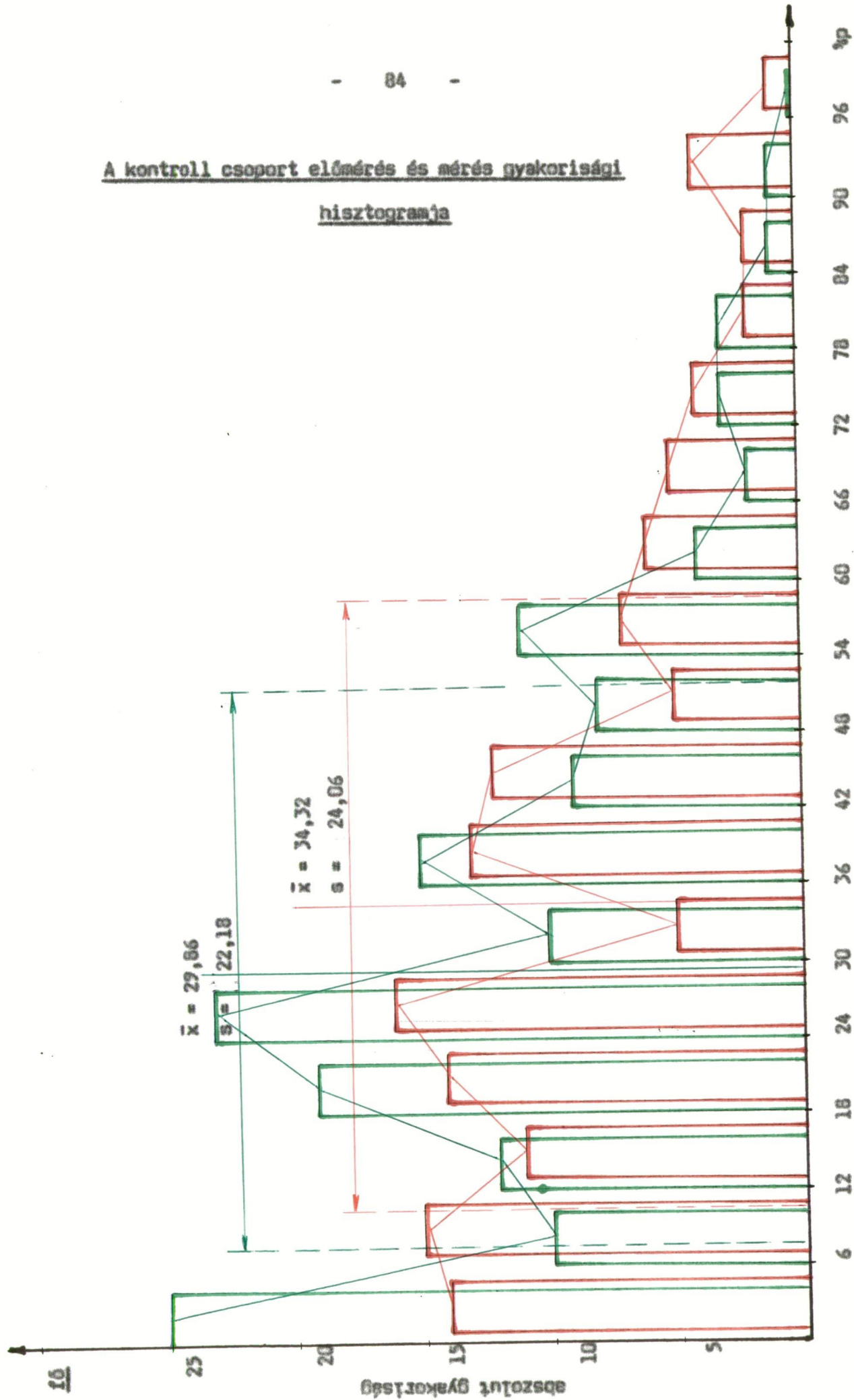
A görbe csúcsosságát figyelembe véve sem történt változás, mindkettő kissé lapultabb, mint a normális.

Amíg az előmérés során a leggyakoribb teljesítmény a 0-5 zárt intervallumba, addig a mérésnél a 24-29 zárt intervallumba esett.

Az optimálisnak elfogadható teljesítményt a mérés időszakában 11 (7,7 %) tanuló ért el.

A kontroll csoport előmérése és mérése által szolgáltatott adatokra elvégzett t-próba (0,55) alapján azt kell mondanunk, hogy ezek az eltérések, amelyek itt leolvashatók nem szignifikánsak. A feladatokkal való dúsitás nem eredményezett lényeges javulást.

A kontroll csoport előmérés és mérés gyakorisági
hisztogramja



A kísérleti csoport előmérésének és mérésének teljesítményét mutató hisztogram a 86. oldalon található. (Az előmérést a zöld, a mérést a piros szín jelenti.)

A kísérleti csoportnál, mint az előzőekben leírtuk, a tananyag dúsítása mellett a tanítás módszerében is változás történt.

Nézzük meg, mit mondhatunk a gyakorisági hisztogramok alapján.

A kísérleti csoport előmérést mutató poligonról már az előzőekben megállapítottuk, hogy egy baloldali aszimmetriát mutat, csúcsosabb, mint a normális görbe. A tanulók 61 %-a esett a szórás alapján megadott intervallumba.

Ugyanennél a csoportnál a kísérlet után a tanulók átlagteljesítménye 22,61 %p-ról 47,32 %p-ra emelkedett. Az egyszeres szóráshoz tartozó terület 20-74 %p-ig terjed. Ebbe az intervallumba 93 tanuló, a tanulók 65 %-a tartozik. *A relatív mérés itt is népszerűsítés!*

Enyhe baloldali aszimmetriát mutat a görbe, amelyet a számított ferdeség 0,04-os értéke is alátámaszt.

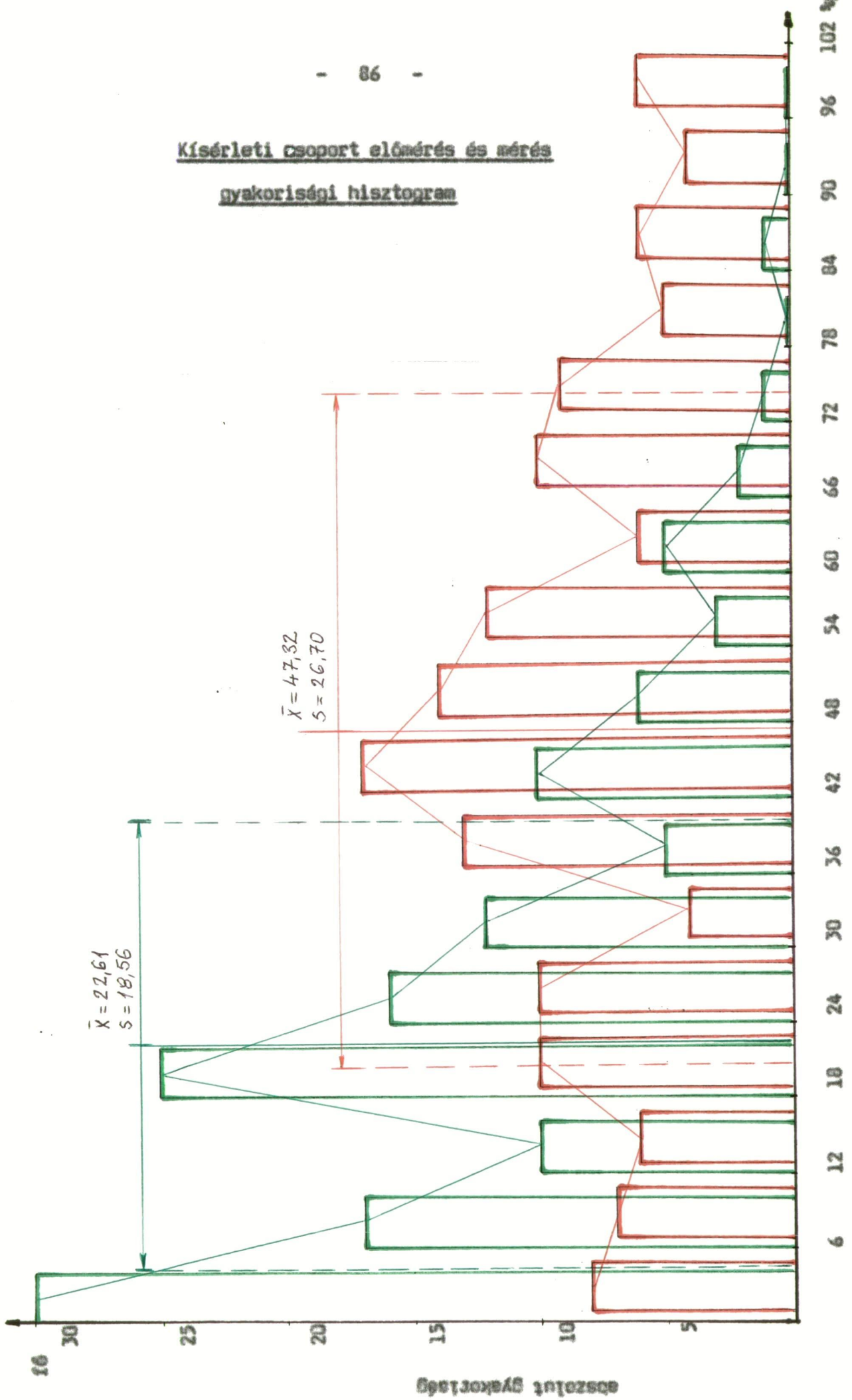
Ha a két hisztogramra - a számítógép által - írt haranggörbékét összehasonlítjuk, és a csúcsosság számított értékeit figyelembe vesszük, mondhatjuk, hogy a normális görbéhez képest az előmérés görbéje csúcsosabb, a mérése lapultabb.

Amíg az előmérés során a leggyakoribb adat a 0-5 intervallumba eső teljesítmény volt, addig ez a mérés során a 42-47 %p-nak megfelelő intervallumra tevődött át.

A hisztogramról - a mérés során - a mezőny bizonyos széthúzása is látható, számunkra nagyon öröndetes, hogy ez a magasabb teljesítmény irányába történik. Az optimálisnak tekinthető teljesítményt 25 (17,6 %) tanuló érte el.

A kísérleti csoport teljesítményátlagáról a t-próba (2,95) alapján mondhatjuk, hogy szignifikánsan javult.

Kísérleti csoport előmérés és mérés
gyakorisági hisztogram



Az egy éves oktató-nevelő munka hatására, mint láttuk, mindkét csoport fejlődött. Így a kísérleti csoportnál alkalmazott módszer hatásosságát, eredményességét meggyőzően a kontroll- és a kísérleti csoport mérési eredményeinek összehasonlítása bizonyítja.

Nézzük a két csoport mérési eredményeit tükröző gyakorisági hisztogramot! (88. oldal)

A görbékre a baloldali aszimmetria jellemző, a kísérleti csoport esetében a számított ferdeségi érték alapján ez enyhébb. Ez bizonyos fokig azt mutatja, hogy itt kevesebb a gyengébb teljesítményt elért tanuló. A normális görbéhez viszonyítva mindkét görbe lapultabb, ami a mezőny széthúzását jelenti. az optimálisnak tekinthető teljesítményt többen érik el a kísérleti csoportnál.

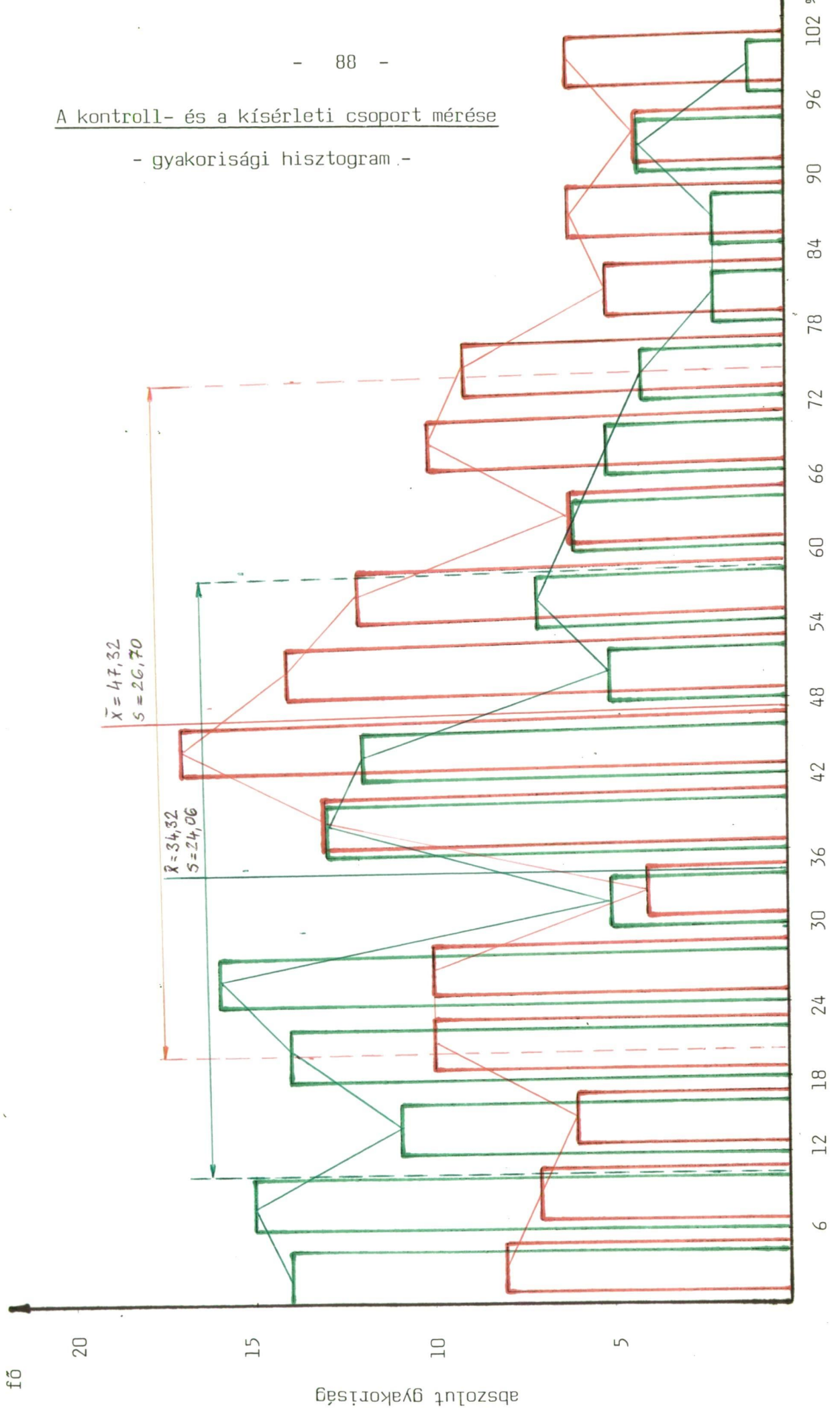
A két csoport kiindulási szintje egyenlőnek tekinthető az átlagot és a szórást figyelembe véve az elvégzett F- és t-próba alapján.

A két csoport teljesítményátlagainak összehasonlítására - az egy éves kísérlet után - t-próbát használtunk.

Ennek értéke (1,98) alapján a kísérleti csoportnál alkalmazott módszer-ről mondhatjuk, hogy a két csoport között szignifikáns különbséget eredményezett. A feladatelemző módszer alkalmazása mellett szól ez a tény, ha választjuk, munkánk során a teljesítmények javulása várható tőle.

A kontroll- és a kísérleti csoport mérése

- gyakorisági hisztogram -



Eddigi munkánk során arra törekedtünk, hogy bemutassuk, honnan indult és hova jutott a feladatelemző módszer felhasználásával és a tantervi anyag (szöveges feladatok) dúsitásával folyó kísérletünk. Amint a bevezetőben már említettük is, hipotéziseink közé tartozott, hogy az említett két eljárás együttes alkalmazásával jobb eredményt fogunk elérni. Természetesen olyan feltétellel, hogy a tantervi anyagot nem változtatjuk (még átrendezést sem alkalmazunk), csak az előbb említett két eljárás alkalmazására fordítunk külön energiát. Ez tulajdonképpen azt is jelenti, hogy a tanító "minden megerőltetés" nélkül alkalmazhatják napi munkájukban a feladatelemző módszert, ugyanakkor meg voltunk győződve ennek hatékonyabb alkalmazásáról. A mondandónkat igazolják azok a - kísérlet végén lezajlott - beszélgetések, amelyeket a résztvevő tanítók a kísérlet zárásakor folytattunk. A segítség mértékét jellemzi, hogy szinte valamennyi tanító azt kérte, hogy készítsünk számukra a jövő tanévre egy ehhez hasonló harmadik osztályos anyagot. (Ennek az a magyarázata, hogy a tanítók általában kifelmenő rendszerben dolgoznak, tehát akik most 4.-ben tanítottak, azok jövőre 3. osztályban dolgoznak.) Külön meg kell említeniünk, hogy a kontroll csoport tanítói "irigykedve" mondták, hogy mennyivel "jobb dolga" volt a kísérletezőknek, mint nekik! Pedig valamennyien tudták, mert ismertettük velük, hogy a módszert olyan tanulócsoportokon próbáljuk ki, amelyek az előmérés idején - az átlagot és a szórást figyelembe véve - jól megfeleltek egymásnak.

Munkánk során arra a kérdésre is kerestük a választ, hogy az iskolai körülmények között rendelkezésre álló hagyományos keretekben lehet-e kimutatható változást elérni a gondolkodás fejlesztése terén. Tudtuk, hogy nagyon fontos lenne az, hogy az oktatás tervezésekor ne csak az elsajátítandó ismereteket vegyük számításba, hanem következetesen tervezzük meg a gondolkodás alapvető képességeinek a kialakítására szolgáló fejlesztő hatásokat is!

A választott mód - frontális osztálymunka - lehetőséget ad a tanítónak arra, hogy kiemelje a feladat súlypontjait, bemutassa a műveleti struktúrát. Tudjuk, ha nem segítjük ilyen megtervezett, következetes munkával a gondolkodási műveletek fejlesztését, akkor nem is érhetünk el eredményeket. Ezért is tettünk fel mindent egy lapra akkor, amikor - az adott szisztéma szerint kipreparált feladatokat - érdekesnek tartottuk a kipróbálásra. Hiszen nem volt célunk a szöveges feladatok megoldásának a megtanítása, hanem azt szeretnénk volna elérni - talán nem is eredménytelenül -, hogy érdekes ezt a "feladatelemző" módszert (a feladatokkal együtt) beépíteni a tanítók működő repertoárjába. Közös célunk a tanítókkal együtt az, hogy rábírjuk a tanulókat a cselekvésre, és megerősítsük őket a jó megoldásban. Tapasztaltuk, hogy a jó tanítók nagyon fontosnak tartották azt, hogy "megszabadítsák" tanulóikat attól, hogy szükségesnek érezzék az oktatástól kapott segítséget. Ennek feltétele nyilván az, hogy alkalmazzuk a problémamegoldó stratégiát, állítsuk egyre bonyolultabb feladatok elé a tanulókat. Köztudott, hogy a problémamegoldás ott kezdődik, amikor a tanuló már meg tud fogalmazni egy megoldási elképzelést, fel tudja építeni a megoldási stratégiát. A tapasztalat azt mutatja, hogy ehhez rávezető támpontokat vesz igénybe - valószínű életkori sajátosságok miatt - a tanulók többsége. Munkánk során már (a feladatok részletes elemzésekor) utaltunk rá, hogy mikor, milyen mértékű segítségadást javaslunk, és annak mi a várható eredménye. Tettük ezt azért is, mert az előmérés során nagyon sok tanulónk ért el kis pontszámot, gyenge eredményt. Tudjuk, hogy a gyenge eredmény oka lehetne az is, hogy a tanítás-tanulás nem volt megfelelő (személyi-, tárgyi-, módszerbeli feltétel). Sőt az ismertebb állásfoglalások szerint az idő központi szerepét is meg kell említenünk a befolyásoló tényezők között. Itt természetesen a tanterv alapján készült tanmenet által biztosított időre is gondolunk, mint külső tényezőre, valamint az egyénileg szüksé-

ges időre, mint belső tényezőre. Ez utóbb említett szempont nélkülözhetlenné teszi a differentiálást, mint az egyéni képességfejlesztés lehetőségét.

A kísérleti- és a kontroll csoport mérés eredménye közötti különbség mutatja a tanulók képességeinek a fejlődését. Természetesen tudjuk, hogy az általunk alkalmazott speciális fejlesztő hatás nélkül is fejlődnek a tanév során a képességek, de a fejlesztő rendszer hatására a kísérleti- és kontroll csoportok fejlődése közötti különbségre már érdemes odafigyelni, mert a statisztikai próbák alapján ez szignifikáns. Tudjuk, hogy az oktatást csak akkor tarthatjuk kielégítőnek, ha a tanulók (legalább) 80 %-a tudja teljesíteni a követelmények 80 %-át. Kísérletünk során sem tudtunk eleget tenni ennek a feltételnek, pedig a feladatelemező módszer alkalmazásával és a feladatok dúsításával messze több segítséget adtunk a tanításhoz és a tanuláshoz, mint az egyéb oktatási segédanyagok.

Ez a tény engedi meg számunkra azt a következtetést, hogy az alsótagozat végén még korai az a tantervi célkitűzés, hogy a tanulók segítség nélkül, önállóan oldjanak meg szöveges feladatokat. 2

Kísérletünkéből még az a tapasztalat is leszűrhető, hogy egy rugalmasabb tanterv nagymértékben segítené a hatékonyabb munkát az alsó tagozaton. Ezt azért említettük, mert a szakirodalomban ismertetett adatokból tudjuk, hogy a rendszerezési képesség, a kombinatív képesség még a felső tagozat végére is csak a populáció negyedénél működik.

A kísérletet eredményesnek látjuk egyrészt azért, mert tények alapján igazolódott a hatékonyabb munka, másrészt a kísérlet "melléktermékeként" elkészült egy olyan feladatgyűjtemény, amelyet a mindennapi tanítói munkában már eredményesen alkalmaztak a tanítók. Valójában ez az anyag egy szöveges feladatok mintagyűjteményének mondható, amely hiányt pótol az alsó tagozat oktató-nevelő tevékenységében.

A kísérletben felhasznált feladatok

" A "

- 1./ Ceruzát és radírt vettem a boltban. Egy ceruza 4 forintba, egy radír 3 forintba került. Hány ceruzát és radírt vehettem, ha 17 forintot fizettem?
- 2./ Azt mondja Jancsi a születésnapján: ha még háromszor annyit élnék, mint éltem, 60 éves lennék. Hány éves most Jancsi?
- 3./ Egy kertészetben 340 tő piros tulipán van. Ez 140-nel több, mint a sárga. Fehér annyi van, mint a másik kettő összegének a harmad része. Milyen bevételre számíthat a kertészet, ha a tulipánok szálja 4 Ft-ba kerül?
- 4./ Jutalmazásra könyvet, csokoládét és cukorkát vettünk. Mennyi pénzt költöttünk, ha a cukorka 77 Ft-ba került, a csokoládé ettől 22 Ft-tal többbe és még azt is tudjuk, hogy a könyv az édesség árának a háromszorosába került?
- 5./ Egy Parker golyóstoll betéttel együtt 262 Ft. Hány forint a betét ára, ha az üres toll a betétnél 138 Ft-tal többbe kerül?
- 6./ Mennyi pénzem maradt 300 Ft-ból, ha először elköltöttem a pénzem negyedét és utána még 220 Ft-ot?
- 7./ Egy üzletben az egyik fajta selyemből 150 méter volt. Amikor ennek az ötöd részét eladták, akkor még 60 méter ugyanilyen érkezett. Mennyi selyem van most az üzletben?

8./ Egy anyuka 1348 Ft-ot költött. Cipőt és blúzt vett a kislányának. A blúz 182 Ft-tal olcsóbb volt, mint a cipő. Mennyibe került a cipő és mennyibe a blúz?

9./ Két testvér 200 Ft-tal indult ajándékot vásárolni. Könyvet és hanglemezt vettek. A könyv 64 Ft-ba, a hanglemez 26 Ft-tal többbe került. Mennyi pénzük maradt?

10./ Egyik nap a keltetőben harmad annyi kacska volt, mint csirke. A kacsák száma 320. Hány baromfi volt ezen a napon a keltetőben?

11./ A vázában lévő 20 szál virág (szegfű és tulipán) 196 Ft-ba kerül. A szegfű 3 Ft-tal drágább, mint a tulipán, aminek 8 Ft szálja. Hány szál tulipán és hány szál szegfű van a vázában?

12./ Egy kosztüm (szoknya és kabát) 1850 Ft-ba kerül. A kabát 370 Ft-tal többbe, mint a szoknya. Mennyibe kerül a kabát és mennyibe a szoknya?

13./ Egy kétjegyű szám jegyeinek összege 11. Ha a számhoz 27-et adunk, olyan számot kapunk, amely ugyanazokat a számjegyeket tartalmazza, mint az eredeti szám, csak fordított sorrendben. Melyik ez a kétjegyű szám?

14./ Az építkezésen egy 5 tagú brigád dolgozik. A brigádvezető napi keresete 50 Ft-tal több, mint a tagoké. A brigád heti keresete (6 nap) 19 500 Ft. Mennyi egy brigádtag és mennyi a brigádvezető egy napi keresete?

15./ Két szám összege 2 300, különbsége 356. Melyik ez a két szám?

" B "

1./ Hány kisdobos van abban az őrsben, amelynek tagjai 31 kg papírt gyűjtöttek? A kislányok 3 kg-ot, a fiúk 4 kg-ot hoztak.

2./ Jóska 28 napot töltött a nagymamánál. 7-tel többet, mint a huga.
Hány napig volt a nagymamának vendége?

3./ Két kislány virágot szedett. Kettőjüknek 80 szálnál kevesebb volt.
Ha Juli még két szálat szedne és Rita 15 szálat anyukájának adna, akkor
ugyanannyi lenne mindkettőjüknek. Mennyit szedett a két kislány külön-
külön?

4./ Nagymama udvarán tyúkok és malacok vannak. Hány tyúk és hány malac
van, ha 32 láb van összesen?

5./ Gondoltam egy számot, megszoroztam 4-gyel, majd hozzáadtam 40-et.
Vettem az így kapott szám felét, majd elvettem a gondolt szám kétszere-
sét és eredményül 20-at kaptam. Melyik számra gondoltam?

6./ Egy hidat zászlókkal díszítettek. 2 piros közé 3 nemzetiszínű ke-
rült. A szélén piros van. Hány zászlót helyeztek el, ha 25-nél keve-
sebb került a hídra?

7./ 28 kg almát szeretnék zacskókba csomagolni. Hány zacskóra lesz
szükségem, ha egybe 3 vagy 5 kg kerülhet?

8./ Egy 50-nél kisebb számra gondoltam. Ha elosztom 5-tel, a maradék 3,
ha elosztom 3-mal, a maradék 1. Melyik lehet ez a szám?

9./ Gondoltam egy számot. Ha hozzáadok 50-et, így kisebb számot kapok,
mint a gondolt szám kétszerese. Ha 110-et adok hozzá, akkor meg a három-
szorosánál is nagyobb számot kapok. Melyik lehet a gondolt szám?

10./ Hány oldalt olvashattam a 315 oldalas könyvből, ha még a felénél
több van hátra?

11./ Egy kétjegyű számhoz 7-et adtam, így háromjegyű számot kaptam. Mi
lehetett a kétjegyű szám?

12./ Egy téglalap alakú kertrész bekerítéséhez 36 méter drót kell. Milyen hosszú lehet egy-egy oldal?

13./ Egy 180 cm-es zsineget három részre kell vágni. Az egyik darab legalább 80 centiméteres legyen, a másik kettő pedig legfeljebb 13 centiméterrel térhet el egymástól. Hogyan vághatnánk el a zsineget?

14./ Gondoltam egy számot, vettem a háromszorosát, hozzáadtam 12-t, vettem az így kapott szám harmadát, ezután elvettem a gondolt számot és eredményül négyet kaptam. Melyik számra gondoltam?

15./ A gyerekek egy csoportja kiállításra ment. A belépő 3 Ft volt és vettek még közösen egy 25 forintos katalógust. Mennyibe került a csoportnak a kiállítás megnézése, ha 1 forint beadása személyenként nem volt elég a katalógusra?

" C "

1./ Egy 20 tagú csoport ajándéokra pénzt gyűjtött. Voltak akik 10 és voltak akik 30 Ft-ot adtak. 350 Ft gyűlt össze. Hányan adtak 10 és hányan 30 forintot?

2./ Egy 9 tagú órsben, ahol a kislányok kevesebben vannak, mint a fiúk, papírgyűjtést szerveztek. A fiúk 4 kg-ot, a lányok 3 kg-ot hoztak. Hány fiú és hány lány van az órsben, ha összesen 31 kg papír gyűlt össze?

3./ Egy faluból két gyalogos ment a városba. Az egyik óránként 3 km-t tett meg és két órával előbb ért a városba, mint a másik, aki egy órával később indult és 4 km-t tett meg óránként. Milyen messze volt a város?

4./ Egy dobozban 15 db golyóstoll van, az áruk 313 Ft. A drágábbból 8 db van, ezek ára 152 Ft. Hány db van az olcsóbb fajtából és mennyi ennek darabja?

5./ Hány db 4 forintos csokoládét és hány db 2 forintos rágót vehettem, ha 15 forintot fizettem érte?

6./ 8 zacskó cukorkát vettem. Ezek között volt 6 és 4 forintos csomag. Az olcsóbbból többet vettem. Összesen 32 forintot fizettem. Mennyit vettem az egyik és mennyit a másik fajtából?

7./ 32 forintért vettem 9 zacskó cukorkát. Volt amelyik 4 és volt amelyik 6 forintba került. Hány zacskóval vettem az egyik és hányal a másik fajtából?

8./ Zsófi és Piri egyik napon megkerülte a háztömböt. A háztömb körüli út 800 méter. Egy helyről indultak, de ellentétes irányba mentek. Piri 30 métert tett meg egy perc alatt, Zsófi 50 métert. 9 perc múlva találkoztak. Milyen messze voltak az indulási helytől?

9./ A nyuszi és a süni versenyeztek. Milyen hosszú volt a versenypálya? A süni 2 perccel előbb indult, mint a nyuszi és 3 métert tett meg percenként, a nyuszi előtt ért célba pontosan 2 perccel. A nyuszi 6 métert tett meg percenként.

10./ Egy úszómedencéből 2 csövön keresztül 5 óra alatt eresztették le a vizet. Mennyi ideig tartott volna egy csövön, ha a vastagabbon keresztül 4 óra alatt ürül ki a medence?

11./ Gábornak az üdülő gondnoka azt mondta: "Volt itt már egyszerre 20 gyerek is." Ezen Gábor elcsodálkozott és elhatározta, hogy utána számol. Megtudta, hogy összesen 12 szoba van. Kétszer annyi a kétágyas, mint a 3 ágyas. Miden szobában legalább egy felnőtt is van. Az üdülőben legfeljebb 2 pótágy helyezhető el. Segíts Gábornak a számolásban!

12./ Milyen messze van a barack és a körtefa egymástól, ha két csiga, amelyek a fáktól indulnak egymással szembe, 5 óra múlva az út felénél találkoznak. Az egyik 4, a másik 6 métert tesz meg egy óra alatt.

13./ Két szám összege 1016, a két szám különbsége 720. Az egyik szám hatszor akkora, mint a másik. Melyik ez a két szám?

14./ Gondoltam egy számot, ha elosztom 3-mal, a maradék 1, ha elosztom 5-tel, a maradék 3. Az öttel való osztás hányadosa 6-tal nagyobb, mint a 3-mal való osztás hányadosa. Melyik ez a szám?

15./ Milyen hosszú volt az a szalag, amelyet a felétől 3 cm-re vágtam el és az egyik darab 20, a másik 23 cm lett?

Útmutató a feladatok megoldásához

A feladatokat lehetőleg közösen, a tanító irányításával, segítő kérdéseivel oldjuk meg.

A gyerekek kapják kézbe a feladat szövegét!

1./ A szöveg megismerése:

a/ A tanító olvassa, a gyerekek figyeljék a (náluk levő) feladat szövegét, majd olvassák el önállóan!

b/ Először önállóan, néma olvasással olvassák el a tanulók, majd a tanító olvasását hallgassák meg!

A szövegben szereplő kifejezések értelmezése.

2./ Elképzelés (esetleg sablonos rajz) a feladatról a "miről szól" kérdés alapján.

3./ Saját vélemény.

4./ a/ Kapcsolatok értelmezése.

b/ Összefüggések átfogalmazása.

5./ Az adatok kigyűjtése, rendezése, rajz készítés.

6./ Ismeretlen jelölése.

7./ Megoldás modell segítségével: próbálgatás

rajz

táblázat

nyitott mondat

következtetése

8./ Ellőrzés: a/ a számításra vonatkozóan

b/ az összes megoldásra vonatkozóan

c/ arra nézve, hogy megfelel-e a megoldás a feltételeknek

d/ arra nézve, hogy megfelel-e a megoldás a valóságnak

9./ Válasz a kérdésre.

Az előmérés feladatai (3. osztály vége 1987.)

A

- 1./ Egy üzletben a délelőtti vásárlók harmad annyian voltak, mint a délutániak. Délelőtt 320-an voltak. Mennyien voltak ezen a napon az üzletben?
- 2./ Egy faluból két gyalogos ment a városba. Az egyik egy óra alatt 3 km-t tett meg és két órával előbb ért a városba, mint a másik. A második egy órával később indult, mint az első és óránként 4 km-t tett meg. Milyen messze van a város?
- 3./ Hány kisdobos lehet abban az órsben, amelynek tagjai 31 kg papírt gyűjtöttek? A kislányok 3 kg-ot, a fiúk 4 kg-ot hoztak.
- 4./ Gondoltam egy számot, megszoroztam 3-mal, majd hozzáadtam 60-at. Vettem az így kapott szám harmad részét, majd elvettem belőle a gondolt számot. Eredményül 20-at kaptam. Melyik számra gondolhattam?

B

- 1./ Egy üzletben az egyik fajta selyemből 150 m volt. Amikor ennek az ötöd részét eladták, akkor még 60 m ugyanilyen érkezett. Mennyi selyem van most az üzletben?
- 2./ Egy 9 tagú órsben, ahol a lányok kevesebben vannak, mint a fiúk papírgyűjtést szerveztek. A fiúk 4 kg-ot, a lányok 3 kg-ot hoztak. Hány fiú és hány lány van az órsben, ha összesen 31 kg papírt gyűjtöttek?
- 3./ Gondoltam egy számot, megszoroztam négygel, majd hozzáadtam 40-et. Vettem az így kapott szám felét, majd elvettem a gondolt szám kétszerezését. Eredményül 20-at kaptam. Melyik számra gondolhattam?
- 4./ A papírboltban, ahol radírt és ceruzát vettem, 31 forintot fizettem. Egy radír 3 forintba, egy ceruza 4 forintba került. Hány radírt és hány ceruzát vehettem?

A mérés feladatai (4. osztály 1988.)

A

1./ Két város, jelöljük A-val és B-vel, 270 km-re van egymástól. "A"-ból "B"-felé indul egy személyautó. Átlagosan 60 km-t tesz meg óránként. "B"-ből "A"-felé egy motorkerékpár indult ugyanakkor. Ez egy óra alatt átlagosan 30 km-t tesz meg.

a/ A találkozásig mennyi utat tett meg a személyautó és mennyit a motorkerékpár?

b/ Mennyi idő telt el a találkozásig?

2./ Két testvér közösen szeretett volna megvenni egy játékot. Mindketten ugyanannyi pénzt adtak, de ez kevés volt a 216 Ft-os játék megvásárlásához. Mennyi pénzt adhatott be egy-egy gyerek? (Fillért nem adtak.)

3./ Egy élelmiszerboltba kifliből háromszor annyit hoztak, mint zsemlyéből. Összesen 522 db érkezett. Mennyi volt ebből a kifli és mennyi a zsemlye?

4./ Jancsi 11 db levelet vitt a postára. Összesen 56 Ft-ba került a bélyeg. 4 vagy 6 forintos bélyeget ragasztott a levelekre. Hány levélre került 6 Ft-os bélyeg, ha ebből volt a kevesebb?

B

1./ Három boltba összesen 1960 db kiflit szállítottak. Az elsőbe 40-nél többet, mint a másodikba. A harmadikba 120-szal többet, mint a másodikba.

a/ Hány darab kiflit szállítottak egy-egy boltba?

b/ Mennyivel szállítottak többet a harmadikba, mint az elsőbe?

2./ Edit, ha az évei számának 3-szorosából elvesz 2-t, éppen olyan idős, mint édesapja, aki nem idősebb 40 évnél. A köztük levő korkülönbségről annyit elárulok, hogy legalább 22 év. Hány éves lehet Edit?

3./ Összesen 74 liba és kacsa volt az udvaron. Kacsából kétszer annyi volt, mint libából. Hány kacsa és hány liba volt az udvaron?

4./ Gondoltam egy számot, megszoroztam kettővel, hozzáadtam 40-et. Vettem az így kapott szám felét, majd elvettem a gondolt számot. Eredményül 20-at kaptam. Melyik számra gondolhattam?

Segédlap a mérés feladataihoz

A

1./ Jelöld a rajzon, hogy szerinted körülbelül hol találkoztak!

A  B

A két helység távolsága: km.

Az autó egy óra alatt megtett: km-t.

A motorkerékpár egy óra alatt megtett: km-t.


Melyik volt a gyorsabb?


Melyik volt tovább úton?

Igaz-e, hogy ugyanannyi ideig volt úton a két jármű?

Miért?

A rajzon jelöld, hol voltak az indulás után egy órával, ha ez

 30 km.

A  B

1 óra alatt együtt hány km-t tettek meg?

Találkozhattak-e egy óra múlva?

Próbáld önállóan folytatni! Figyelj a feladat mindkét kérdésére!

2./ A játék: Ft-ba került.

Az egyik gyerek adott, mint a másik.

A két gyerek pénze most, mint 216 Ft.

Lehet, hogy az egyik 150 Ft-ot adott?

Miért?

Szerinted mennyit adott az egyik gyerek?

Lehet, hogy az egyik 100 Ft-ot adott?

Miért?

Szerinted mennyit adott az egyik gyerek?

És a másik?

Lehet még más is?

Keress több megoldást!

3./ Összesen: db volt.

.....-ből több volt.

Hányszor annyi kifli volt?

Fejezd be a rajzot!

kifli (db): _____

zsemlye (db): _____

Jelöld ezen a rajzon _____, hogy három

522 db

rész a kifli, egy rész a zsemlye!

Hányad része az egésznek a zsemlye?

Számítsd ki!

Olvasd el még egyszer a feladatot! Válaszolj a kérdésre!

4./ A 11 levélből legfeljebb hányra kerülhetett 6 Ft-os bélyeg?

Miért?

Ha 5 levélre került 6 Ft-os bélyeg, akkor levére 4 Ft-os

került, mert $5 + \dots$ (levél).

Mennyit fizetett érte?Ft-ot

Próbáld kitölteni a táblázatot!

6 Ft-os bélyeg (db)	5	4
ára (Ft)	30	
4 Ft-os bélyeg (db)	6	
ára (Ft)	24	
Összesen (Ft)		

A táblázat alapján válaszolj a feladat kérdéseire!

B

1./ A három boltba összesen db-ot szállítottak.

Az elsőbe mint a másodikba.

Fejezd be a rajzot! első (db): _____

második (db): _____

A harmadikat is rajzold alá: _____

Ha minden boltba ugyanannyit vittek volna, mint a másodikba, akkor 1960-nál több vagy kevesebb kiflit szállítottak volna ki?

Mennyit kellett volna kiszállítani ekkor?

Ekkor minden boltba mennyi jutna?

Olvasd el újra a feladatot és próbálj a kérdésre válaszolni!

2./ A szöveg alapján lehet-e az apuka 40 éves?

A korkülönbség lehet-e például 20 év?

Miért?

Fejezd be a mondatot! A korkülönbség 22 év vagy

Mit gondolsz, hány éves Edit?

Próbáld ki a gondolt számot!

Edit (éves)

A háromszorosa

Ettől 2-vel kevesebb

Apa (éves)

Lehet ennyi?

A korkülönbség

Lehet ennyi?

Dolgozz! Keress több megoldást!

3./ Összesen: db.

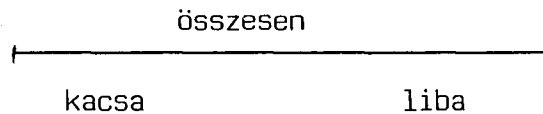
.....-ból volt több.

Hányszor annyi?

Fejezd be a rajzot! kacsa (db): _____

liba (db): _____

Jelöld a rajzon, hogy kétszer annyi kacsa van!



Az összesnek hányad része a liba?

Számítsd ki!

Olvasd el még egyszer a feladatot! Válaszolj a kérdésre!

4./ Szerinted mire gondoltam?

Próbáld ki!

Eltaláltad?

Szeretném, ha kipróbálnád a 15-öt!

Ez lehet?

Próbáld ki egy másik számot is!

Lehetne ez is?

A próbálgatás után mit válaszolsz a feladat kérdésére?

A dolgozatok javítása során alkalmazott kódok

Megoldásra vonatkozóan:

Nem kezd hozzá:	0
Nem jól oldja meg:	1
Jól oldja meg:	2
Részmegoldást ad:	3 (4)

Értelmezésre vonatkozóan

Nem értelmezi:	0
Nem jól értelmezi:	1
Jól értelmezi:	2

Megoldás módjára vonatkozóan

Az adatokkal művelet végzés: /kapcsolat nélkül/	0
Számfeladat:	1
Nyitott mondat:	2
Rajz:	3
Táblázat:	4
Vegyes:	5
Próbálgatás:	6
Nincs nyoma számításnak:	7

Ellenőrzésre vonatkozóan

Nem ellenőriz:	0
Ellenőriz:	1
Az eredményt egybeveti a fel- tétellel, a valósággal:	2

Válaszadásra vonatkozóan

Nem válaszol:	0
Rosszul, nem a kérdésre:	1
Jól válaszol:	2

A segédlap alapján

Nem kezdett hozzá:	0
Nem jól oldotta meg:	1
Jól oldotta meg:	2

7. sz. melléklet!

A kontroll csoport kódjai feladatonként

(előmérés, mérés)

M.KONTROLL REND.

001	32101	00000	10001	12200	221022	000000	000002	212122
002	10001	10000	10001	10600	117000	101021	311112	401021
003	11102	10402	10000	31210	100011	114012	314022	311122
004	11102	10100	10000	11200	301021	100012	226012	312000
005	11102	00000	10002	31202	107020	000002	322022	222222
006	11102	31700	30700	31200	104000	100000	211100	412101
007	10002	30700	10002	30702	100010	000000	000000	412102
008	10002	10002	10102	30112	221022	116010	224122	212102
009	31101	10600	10002	11200	100010	111010	311120	312100
010	22102	11600	32102	11200	221022	000000	424102	412002
011	31101	10000	10000	10600	100010	114000	114002	312102
012	30001	10000	10001	11200	100010	311010	111120	322202
013	32101	10000	10702	11200	101010	110012	311111	412102
014	00000	11100	30102	11000	100010	000002	224102	322122
015	11101	10100	10002	31212	100000	100000	311002	322121
016	30101	00000	10002	30112	311021	100010	424102	000000
017	11102	00000	00000	31212	221022	104001	224102	321121
018	32101	11102	32122	31112	127001	226120	224122	312122
019	22102	22422	32422	32112	201022	224222	224102	312121
020	22102	10002	30102	31212	223022	306002	426002	212222
021	22102	11400	42422	31200	221122	226122	224102	301122
022	11102	12400	40700	11200	116000	100012	424102	222122
023	11102	31400	32422	11200	100010	101002	224002	412122
024	11102	00000	10101	32210	127000	000001	224102	311021
025	10002	11401	10402	32212	104010	100022	424102	406002
026	11102	00000	30102	31212	111012	206120	224102	312001
027	22112	11102	10002	11200	414021	221022	424122	212112
028	10002	10002	10000	31112	101021	321020	306021	312122
029	22102	11100	10002	31212	221122	321022	322121	312102
030	11102	32420	32422	31212	321121	221022	421121	222122
031	10102	10002	10002	31212	100000	111020	112001	312122
032	11102	00000	30402	11200	111010	111022	422101	412102
033	11102	10101	32102	32212	111000	111000	000001	122000
034	11102	32402	10000	32212	311122	221022	424102	222102
035	22102	10002	10002	32212	221122	221022	224102	222102
036	22102	11102	10002	31202	221122	221021	314102	212102
037	22102	10002	10001	31212	111001	321021	104002	212122
038	10002	10600	10002	31212	000001	321020	404102	312102
039	22212	00000	30101	31212	110102	323022	000002	421102
040	10002	10000	10002	11200	127000	111010	000000	412002
041	22202	31400	42422	32112	000001	111020	322022	312102
042	22102	10602	00000	00000	000000	101011	100020	326121
043	10102	10701	10702	30702	100020	111022	222001	307000
044	20102	00000	30102	31210	221022	321022	222001	312102
045	22102	10001	10001	31102	100000	111021	100020	312122
046	10002	10000	10701	11200	100001	111020	100020	112002
047	10102	00000	10702	00000	101021	111020	321102	312102
048	10002	10000	10702	11100	100011	111010	100020	312121
049	22102	11602	10002	11220	100000	301000	421102	000000
050	10000	10000	30600	11200	400000	111000	106000	312112

051	11302	00000	10706	11200	110001	100020	106011	312121
052	10000	10000	10702	11100	411020	101022	301101	000001
053	11101	10002	10001	11200	100010	111002	321020	306122
054	10002	10002	10000	31202	100000	321120	326020	112002
055	10102	11100	11600	31202	102100	111020	306120	326121
056	10100	30700	30702	31200	100000	321002	426002	321100
057	10102	11101	11600	31200	100002	221020	301122	222102
094	22102	22422	30002	31212	114621	314002	222102	421102
095	10001	10000	10001	11100	100012	100010	316122	412002
096	31101	20610	10700	21212	121010	206122	324021	326121
097	22102	30602	30402	11600	224122	224122	224222	307000
098	00000	20700	10701	30702	116011	100010	426121	312102
099	10000	10002	10001	11200	124021	100011	110012	312122
100	31101	20612	10600	11200	100022	204122	414121	112002
101	31101	22722	00000	11200	324021	201121	424122	312102
102	22102	20700	10600	31212	116021	000002	224122	312121
103	10101	00000	00000	00000	111012	201120	224112	312112
104	00000	00000	32402	32112	114022	111022	224122	000001
105	22102	22422	22400	31210	111001	000002	114021	322122
106	20102	32400	22400	21202	221122	221122	424122	322121
107	10002	20700	10001	00000	111010	101020	324120	000000
108	10001	00000	10002	11200	107010	101020	106021	321121
109	20102	20700	10400	00000	100012	111020	000000	311122
110	22102	20700	00000	00000	111111	111002	324121	401121
111	22102	20700	32102	31202	122000	122020	114120	312122
112	30101	10000	00000	11200	116011	100001	114012	312121
113	20102	22422	22422	31212	222022	322002	322122	212222
114	00000	10702	00000	31112	100011	207010	114121	301122
115	22102	22422	32402	41210	222122	206122	224222	222122
116	20102	20700	30702	32112	201122	100002	114022	412122
117	10001	10000	00000	11101	110010	100011	114022	311021
118	20100	20700	32101	11210	117001	207002	324121	406002
119	10602	20702	10002	30110	117022	106001	000002	312001
120	10000	10701	00000	11200	000001	111020	114022	000000
121	20102	00000	31101	00000	224122	106000	404012	122000
122	10102	22122	40100	31200	224122	301101	101022	222102
123	10102	22122	30100	32112	220102	230110	241602	222102
124	20102	00000	10600	31212	423011	000001	406122	222122
125	20102	20700	00000	30702	000001	000000	404000	412102
126	00000	12000	00000	00000	000000	000000	000000	000000
127	00000	10600	00000	00000	413011	000000	424000	122000
128	30101	00000	10700	11200	100011	000000	226112	212102
129	10202	22122	32202	31212	224122	304001	424002	212122
130	20102	31100	22260	32110	122022	321022	116112	412102
131	20202	00000	00000	00000	322000	111012	112000	312102
132	10102	22122	22102	32112	421021	111022	224222	212122
133	10102	00000	41100	00000	222000	111012	000000	312000
134	20102	20700	22122	32202	221022	321022	411102	222222
135	20100	10002	00000	32112	100022	111020	101021	412101
136	22102	31102	11101	32212	322021	321022	221102	412102

137	10102	22122	32102	31220	225122	322021	221122	212102
138	10000	22120	42102	11200	111001	321020	101001	312100
139	20102	00000	11600	32112	121000	111010	304002	412002
140	20102	10000	10000	00000	120011	112001	000001	312102
141	10202	22122	30602	31212	321001	112021	000001	322202
142	10102	22122	30102	32112	222022	322000	224222	412102
251	10202	10002	32102	11200	224021	201021	421102	422112
252	22202	10002	10100	31212	000000	224001	222122	212122
253	10102	00000	10100	11200	000000	204101	314020	312001
254	10102	10101	32200	31112	100022	000000	000000	222002
255	22102	20702	32102	32210	223021	000002	224062	322122
256	10000	10700	30702	31200	100000	104000	312002	412112
257	10102	30202	32102	30700	206021	000002	204122	426122
258	10100	10000	31100	31210	406020	204102	104002	112002
259	00000	10702	10701	30702	106021	117020	000001	000002
260	10100	10000	10000	11100	100011	107021	104001	306022
261	11102	10001	32112	31212	121020	321121	106020	301122
262	22100	20702	00000	31200	411020	222021	324122	312122
263	10002	00000	00000	31202	000000	111020	304021	000002
264	22102	30201	31202	21200	221122	321022	321122	301121
265	10100	10000	10000	11200	100020	110020	107000	412002
266	10100	30700	30600	31210	100000	321122	312000	312122
267	00000	10702	30602	30702	101020	101002	401121	312122
268	00000	10701	10601	30702	101020	107021	000000	311121
269	22302	00000	10002	00000	000000	111021	100000	206122
270	11102	00000	31202	00000	121021	000000	104010	412102
271	22302	00000	00000	32102	112021	111020	112020	312020
272	10102	10002	30102	31212	122620	000000	000000	000002
273	11102	00000	00000	00000	000001	111021	000000	312002
274	10001	00000	10701	31202	100020	100022	000000	406121
275	22302	00000	30102	31212	122000	321021	104001	212002
276	10102	11302	31102	00000	100002	321020	112001	306122
277	10102	10002	00000	31102	107020	111022	112021	301122
278	10002	10001	10002	00000	100010	100010	100002	000002
279	10102	11001	11602	31212	116020	104020	114121	312101
280	11100	10002	10002	00000	110020	104021	112022	222002
281	10002	00000	00000	31202	101020	000002	000002	000001
282	22302	00000	00000	31212	224121	114021	222222	412112
283	10002	00000	30102	31202	000000	100022	312122	212012
284	11000	00000	10702	00000	100010	000000	201002	000000
285	21102	10001	00000	31202	100010	100010	112020	000002
286	10101	00000	00000	00000	000000	000002	224120	000002

A kísérleti csoport kódjai feladatonként

M.KISERLET REND (előmérés, mérés)

143	10101	10001	11002	11200	201021	000002	000001	312020
144	11201	10601	00000	00000	226022	000002	000002	312002
145	11202	31201	11002	31112	420021	000001	000002	000002
146	10101	10002	10002	32213	224121	000001	000002	212002
147	11102	00000	31101	31212	304111	000002	221022	312221
148	10101	00000	10102	31212	224122	104010	406012	214212
149	10102	00000	00000	31212	224002	000002	221122	212222
150	10101	00000	00000	00000	201022	104000	424022	212222
151	11201	00000	10002	00000	206022	104000	424002	222212
152	31101	10001	10002	11200	100021	000002	306022	212022
153	11102	00000	00000	00000	000001	000002	114001	000002
154	22202	00000	00000	31111	301022	000001	000002	000001
155	31101	00000	10002	00000	100011	000001	312022	000002
156	11201	10002	11102	00000	204001	000001	311022	212222
157	31101	10002	10002	11200	117001	000001	226012	306022
158	10101	10001	10002	31202	301001	112011	112001	000001
159	11101	10001	10002	00000	122001	112021	114022	322102
160	11100	10001	10000	00000	110021	000001	306002	000002
161	00000	10002	10001	00000	100021	000002	112021	000002
162	10101	10201	10001	00000	100011	111011	101011	312122
163	22262	10000	00000	11200	100002	000001	000002	000000
164	10202	10000	00000	11200	221022	111002	322121	000002
165	11202	31202	00000	31102	121001	000002	000002	000001
166	10002	00000	00000	30112	100001	000001	000001	000002
167	20202	00000	00000	00000	126000	000002	000001	000002
168	20202	00000	00000	11110	112021	111021	104021	000001
169	10001	10202	10002	00000	110021	000002	301122	312122
170	22202	11202	00000	31202	000002	102002	324122	322002
171	10102	10001	10002	31212	112110	111001	000000	312022
172	32201	22322	11202	22210	000001	111022	424222	212222
173	10101	10002	00000	31200	110000	111020	424201	312202
174	10202	00000	00000	32212	127001	000000	224222	222212
175	11202	00000	00000	31200	321011	111022	424222	212102
176	11201	00000	10002	32200	112010	111001	424202	322201
177	00000	20702	11400	11200	000001	122001	224222	422202
178	11202	20702	11001	31200	412012	101010	224222	222212
179	10000	00000	10700	31200	100000	111012	321121	412102
180	31202	00000	10000	31212	102001	111010	314121	312211
181	11202	22422	00000	31210	225022	322022	224222	222202
182	20200	00000	00000	00000	422012	111020	224122	212102
183	20200	00000	00000	00000	321010	100000	424122	312101
184	00000	10001	00000	00000	000000	111022	224222	422202
185	22102	00000	00000	42202	000001	111022	224212	212222
186	11102	00000	22400	21200	225122	322122	224222	222222
187	32101	31402	42401	42200	222122	322121	224222	222222
188	11102	10700	22402	31210	224122	222222	114220	312022
189	32201	22322	32201	32200	223122	224222	224222	312211
190	22202	11402	40600	21210	224122	224222	224222	222222
191	22202	22402	22402	22210	223122	224222	224222	222202
192	11202	00000	32102	22212	423001	224222	414112	312202

193	10200	22302	000000	000000	314022	224222	226212	000002
194	22302	11600	31602	22210	223122	224122	224222	412102
195	10202	10201	32202	11200	113001	224202	226212	422202
196	10002	10001	10001	31200	100010	100001	114012	000000
197	10202	000000	10600	31200	223012	214022	000001	000001
198	22302	20402	10602	32202	224122	224222	114122	222212
199	10202	000000	000000	000000	000000	000000	000001	000002
200	11202	11002	31401	32200	223112	214222	424222	322201
201	22302	31402	30401	22200	224122	314100	224222	212102
202	20102	000000	10002	41202	411022	224222	424202	412221
203	11102	000000	000000	32202	123011	224222	312122	222212
204	10201	000000	000000	11200	224122	000002	312122	301122
205	30201	000000	000000	31210	206122	314022	312022	312122
206	11102	000000	10200	11200	224122	000002	312021	301121
207	10101	10001	000000	11200	000001	104002	224202	412002
208	10102	10001	22200	11200	224122	000001	312122	312122
209	10101	000000	10000	41200	224022	114120	312112	312122
210	10102	000000	30400	21212	222002	314122	212122	311121
211	10102	000000	22202	21210	224122	000001	000000	206122
212	10102	000000	31200	31200	222022	216022	312010	306122
214	10000	000000	42200	31210	202022	000001	424022	412102
215	31101	20700	10000	31200	314120	000000	424120	306122
216	10102	000000	32202	31210	224122	224122	324002	406121
217	10102	000000	31202	31210	222122	324200	312022	301122
218	31101	000000	000000	41210	321002	212022	000001	212112
219	31201	000000	000000	21200	322122	207002	212222	412122
220	10102	10000	22402	31210	322122	221222	324122	212122
221	30101	000000	000000	41200	111021	100000	000000	112002
222	10101	000000	000000	31212	222122	222222	000002	422112
223	10102	000000	41200	21210	222122	221222	000002	322122
224	30201	000000	000000	41200	321002	221022	224101	312001
225	10101	000000	000000	31210	411021	111002	314102	412112
226	10101	000000	000000	41212	111002	321002	306021	426122
227	30201	000000	000000	41210	122001	113002	324121	312101
228	10101	000000	000000	31200	322002	223122	224022	222002
229	10102	000000	000000	11200	221022	301021	204002	412112
230	10102	20702	42202	31210	221122	323322	114021	212012
231	10102	000000	30600	11200	000001	000002	114020	000000
232	10100	30001	31100	31210	222122	322122	224122	212022
233	10000	000000	30701	31210	222022	327010	312121	222212
234	10101	10002	10000	11200	122002	122020	104000	412221
235	22102	31400	31100	31210	222122	321022	224102	212222
236	20102	10001	31202	32212	222022	107022	424101	214212
237	11102	000000	42402	11200	222002	321022	224001	222002
238	10102	10001	32102	30112	222022	321012	424111	312221
239	11102	10000	30102	31202	122021	324110	324122	212222
240	10102	16601	30102	10600	100021	100010	115021	322002
241	10102	10101	11400	11200	206022	104001	424102	222222
242	20102	31402	11100	11200	223122	112120	425122	422202
243	10102	000000	10100	31212	321001	224102	224002	212222

244	10202	10000	31202	31202	111011	104000	424102	312101
245	22202	31402	30102	32210	306022	111020	221222	212102
246	22102	10701	11100	11200	207022	104000	224202	312122
247	10101	10002	00000	31202	100011	104000	114102	312122
248	22202	10102	30400	31210	321021	104002	424202	322102
249	10101	11000	10701	10600	121020	116120	114120	212112
250	10202	20702	10702	31212	100000	204121	224002	412122
058	22502	00000	30701	31200	222002	222122	116022	222122
059	10200	00000	30100	31200	222022	222010	114000	322122
060	10200	31600	20600	31200	225022	322002	424102	212102
061	10200	31400	22400	31200	322002	222000	224102	312102
062	11200	30400	20400	32200	222022	222022	324122	222122
063	10202	30100	22402	31202	100021	321021	306121	312102
064	20200	20700	30702	31200	222021	222022	322122	222122
065	10200	10000	00000	31210	000001	114000	312121	312101
066	22200	21601	30401	31202	122002	221222	414022	222122
067	10200	10000	10002	31200	322020	112012	114001	322122
068	20200	00000	30701	32203	325122	222000	324122	312122
069	32200	10002	30702	32210	224120	224222	222102	312122
070	22200	00000	42100	41210	224122	224222	224122	322122
071	22200	20700	30100	31200	422021	224222	222102	222122
072	10100	30202	00000	31200	116000	114002	424101	312101
073	20200	30200	32100	31202	224112	102022	112001	222122
074	10200	31200	30220	32200	114000	104002	224122	312102
075	20200	10002	42602	31200	224121	224222	222102	222122
076	10200	10000	00000	00000	406022	101010	111021	312102
077	22200	10200	32100	31200	224122	100010	222122	212102
078	10200	10000	10000	31200	102000	104000	224122	322122
079	10200	10000	32100	31200	223022	106010	222122	222122
080	10200	00000	00000	32200	112002	222012	114101	312102
081	20200	20000	11200	11200	225122	322002	322101	322102
082	10202	10000	00000	32112	114102	222002	124001	312102
083	10200	10000	32400	00000	223122	326010	104020	312102
084	10200	00000	10000	11200	100020	106012	312122	222102
085	10200	10000	10000	11200	223022	224222	224122	321100
086	10200	30100	10002	30700	000000	104010	224122	326121
087	10200	10000	10000	11100	224022	000002	224122	112002
088	10200	00000	10000	32200	100000	102001	224101	306122
089	10200	10700	30702	31200	224022	204012	222102	312121
090	10102	10000	10002	30702	100010	101120	411122	312122
091	22102	21712	10600	11200	224022	314012	224002	212112
092	10001	10000	00000	10700	416021	306021	000000	312102
093	20102	20700	00000	31212	107021	100000	314122	312102

9. sz. melléklet!

Az elért pontszám és százalékpont tanulónként és feladatonként

M.KONTROLL REND.

(kontroll csoport)

SORSZ.	1.	2.	3.	4.	ÖSSZ.	%PONT	1.	2.	3.	4.	ÖSSZ.	%PONT
1.	7	0	0	4	11	25	4	0	0	11	15	34
2.	0	0	0	0	0	0	0	1	5	0	6	13
3.	1	1	0	5	7	15	0	0	4	6	10	22
4.	1	0	0	0	1	2	8	0	8	3	19	43
5.	1	0	1	4	6	13	1	0	8	11	20	45
6.	1	3	7	3	14	31	0	0	10	0	10	22
7.	1	7	1	8	17	38	0	0	0	0	0	0
8.	1	1	1	10	13	29	9	0	11	10	30	68
9.	3	0	1	0	4	9	0	0	6	5	11	25
10.	9	0	8	0	17	38	9	0	0	0	9	20
11.	3	0	0	0	3	6	0	0	0	5	5	11
12.	7	0	0	0	7	15	0	3	3	9	15	34
13.	7	0	1	0	8	18	0	0	5	0	5	11
14.	0	0	8	0	8	18	0	0	10	10	20	45
15.	0	0	1	6	7	15	0	0	3	10	13	29
16.	7	0	1	10	18	40	4	0	0	0	4	9
17.	1	0	0	6	7	15	9	0	10	10	29	65
18.	7	1	10	6	24	54	4	11	11	6	32	72
19.	9	11	10	10	40	90	9	11	10	6	36	81
20.	9	1	8	6	24	54	9	7	0	11	27	61
21.	9	0	0	3	12	27	11	11	10	10	42	95
22.	1	4	0	0	5	11	0	0	0	11	11	25
23.	1	3	10	0	14	31	0	0	8	0	8	18
24.	1	0	0	9	10	22	4	0	10	4	18	40
25.	1	0	1	10	12	27	0	1	0	0	1	2
26.	1	0	8	6	15	34	0	11	10	3	24	54
27.	11	1	1	0	13	29	0	9	0	10	19	43
28.	1	1	0	6	8	18	1	8	8	6	23	52
29.	9	0	1	6	16	36	11	8	10	5	34	77
30.	1	9	10	6	26	59	10	9	0	11	30	68
31.	1	1	1	6	9	20	0	1	0	6	7	15
32.	1	0	8	0	9	20	0	1	0	0	1	2
33.	1	0	8	10	19	43	0	0	0	4	4	9
34.	1	8	0	10	19	43	6	9	0	10	25	56
35.	9	1	1	10	21	47	11	9	10	10	40	90
36.	9	1	1	4	15	34	11	9	5	10	35	79
37.	9	1	0	6	16	36	0	8	0	11	19	43
38.	1	0	1	6	8	18	0	8	0	5	13	29
39.	11	0	7	6	24	54	0	8	0	0	8	18
40.	1	0	1	0	2	4	4	0	0	0	4	9
41.	9	3	0	10	22	50	0	1	8	5	14	31
42.	9	1	0	0	10	22	0	0	1	10	11	25
43.	1	0	1	8	10	22	1	1	8	7	17	38
44.	9	0	8	5	22	50	9	8	8	5	30	68
45.	9	0	0	4	13	29	0	1	1	6	8	18
46.	1	0	0	0	1	2	0	1	1	0	2	4
47.	1	0	1	0	2	4	1	1	9	5	16	36
48.	1	0	1	0	2	4	0	0	1	6	7	15
49.	9	1	1	2	13	29	0	7	0	0	7	15
50.	0	0	7	0	7	15	0	0	0	5	5	11

SORSZ.	1.	2.	3.	4.	OSSZ.	%PONT	1.	2.	3.	4.	OSSZ.	%PONT
51.	1	0	0	0	1	2	0	1	0	6	7	15
52.	0	0	1	0	1	2	0	1	9	0	10	22
53.	0	1	0	0	1	2	0	0	8	10	18	40
54.	1	1	0	4	6	13	0	10	8	0	18	40
55.	1	0	0	4	5	11	2	1	10	10	23	52
56.	0	7	8	3	18	40	0	7	0	9	16	36
57.	1	0	0	3	4	9	0	9	10	10	29	65
58.	9	11	8	6	34	77	0	3	10	0	13	29
59.	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	6	13
60.	3	10	0	11	24	54	4	11	8	10	33	75
61.	9	8	8	0	25	56	11	11	11	7	40	90
62.	0	8	0	8	16	36	0	0	0	5	5	11
63.	0	1	0	0	1	2	5	0	0	6	11	25
64.	3	11	0	0	14	31	1	11	0	0	12	27
65.	3	11	0	0	14	31	8	11	0	5	24	54
66.	9	8	0	6	23	52	1	0	11	6	18	40
67.	0	0	0	0	0	0	0	11	10	5	26	59
68.	0	0	8	10	18	40	1	1	11	0	13	29
69.	9	11	8	5	33	75	0	0	1	10	11	25
70.	9	7	8	9	33	75	11	11	0	10	32	72
71.	1	8	0	0	9	20	0	1	10	0	11	25
72.	0	0	1	0	1	2	0	1	1	10	12	27
73.	9	8	0	0	17	38	0	1	0	6	7	15
74.	9	8	0	0	17	38	2	0	10	0	12	27
75.	9	8	8	4	29	65	4	5	3	6	18	40
76.	7	0	0	0	7	15	0	0	0	6	6	13
77.	9	11	11	6	37	84	9	7	10	11	37	84
78.	0	1	0	6	7	15	0	8	3	10	21	47
79.	9	11	8	0	28	63	11	11	11	11	44	100
80.	9	8	8	10	35	79	11	0	1	0	12	27
81.	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	5	11
82.	8	8	7	0	23	52	0	8	10	0	18	40
83.	1	9	1	9	20	45	1	0	0	3	4	9
84.	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	4
85.	9	0	3	0	12	27	11	0	0	4	15	34
86.	1	11	0	3	15	34	11	9	1	10	31	70
87.	1	11	7	10	29	65	10	0	0	10	20	45
88.	9	0	0	6	15	34	0	0	0	11	11	25
89.	9	8	0	8	25	56	0	0	0	0	0	0
90.	0	4	0	0	4	9	0	0	0	0	0	0
91.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	9
92.	7	0	0	0	7	15	0	0	10	10	20	45
93.	1	11	8	6	26	59	11	7	0	11	29	65
94.	9	3	0	9	21	47	5	8	2	0	15	34
95.	9	0	0	0	9	20	7	0	0	5	12	27
96.	1	11	9	10	31	70	0	1	11	11	23	52
97.	1	0	0	0	1	2	8	0	0	3	11	25
98.	9	8	11	8	36	81	9	8	0	11	28	63
99.	8	1	0	10	19	43	1	1	1	0	3	6
100.	9	4	0	10	23	52	8	8	10	0	26	59

SORSZ.	1.	2.	3.	4.	OSSZ.	%PONT	1.	2.	3.	4.	OSSZ.	%PONT
101.	1	11	8	5	25	56	11	8	11	10	40	90
102.	0	10	0	0	10	22	0	8	0	5	13	29
103.	9	0	0	10	19	43	4	0	7	0	11	25
104.	9	0	0	0	9	20	4	0	0	5	9	20
105.	1	11	8	6	26	59	7	1	0	9	17	38
106.	1	11	8	10	30	68	9	7	11	0	27	61
107.	1	1	8	0	10	22	9	9	0	0	18	40
108.	9	1	0	6	16	36	0	8	11	11	30	68
109.	1	0	0	0	1	2	0	10	4	3	17	38
110.	1	0	7	6	14	31	1	0	0	8	9	20
111.	9	9	8	9	35	79	9	0	0	10	19	43
112.	0	0	8	3	11	25	0	0	3	0	3	6
113.	1	8	8	7	24	54	9	0	11	0	20	45
114.	0	0	3	5	8	18	0	10	0	0	10	22
115.	0	1	0	8	9	20	1	1	0	0	2	4
116.	0	0	0	0	0	0	0	1	0	8	9	20
117.	1	0	10	6	17	38	5	10	1	10	26	59
118.	8	9	0	3	20	45	0	9	10	6	25	56
119.	1	0	0	4	5	11	0	1	8	0	9	20
120.	9	7	4	8	28	63	11	8	10	10	39	88
121.	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2	4
122.	0	7	7	5	19	43	0	10	3	6	19	43
123.	0	1	8	8	17	38	1	0	0	6	7	15
124.	0	0	0	8	8	18	1	1	0	6	8	18
125.	9	0	1	0	10	22	0	1	0	11	12	27
126.	1	0	4	0	5	11	5	0	0	0	5	11
127.	9	0	0	8	17	38	1	1	1	4	7	15
128.	1	1	8	6	16	36	0	0	0	0	0	0
129.	1	0	0	0	1	2	0	1	0	3	4	9
130.	0	0	0	4	4	9	1	1	0	0	2	4
131.	9	0	8	6	23	52	4	8	0	8	20	45
132.	1	1	4	0	6	13	0	8	0	10	18	40
133.	1	1	0	4	6	13	1	1	1	10	13	29
134.	1	0	1	0	2	4	0	0	0	0	0	0
135.	1	0	1	6	8	18	1	1	3	5	10	22
136.	0	1	1	0	2	4	1	1	1	8	11	25
137.	1	0	0	4	5	11	1	0	0	0	1	2
138.	9	0	0	6	15	34	11	1	11	0	23	52
139.	1	0	8	4	13	29	0	1	6	8	15	34
140.	0	0	1	0	1	2	0	0	8	0	8	18
141.	9	0	0	4	13	29	0	0	1	0	1	2
142.	0	0	0	0	0	0	0	0	11	0	11	25

10. sz. melléklet!

Az elért pontszám és százalékpont tanulónként és feladatonként

(kísérleti csoport)

M.KISERLET REND

SORSZ.	1.	2.	3.	4.	ÖSSZ.	%PONT	1.	2.	3.	4.	ÖSSZ.	%PONT
1.	0	0	1	0	1	2	4	0	0	4	8	18
2.	0	0	0	0	0	0	9	0	0	3	12	27
3.	1	3	1	6	11	25	0	0	0	0	0	0
4.	0	1	1	0	2	4	11	0	0	8	19	43
5.	1	0	3	6	10	22	9	0	9	6	24	54
6.	0	0	1	6	7	15	11	0	0	10	21	47
7.	1	0	0	6	7	15	8	0	11	11	30	68
8.	0	0	0	0	0	0	9	0	0	11	20	45
9.	0	0	1	0	1	2	9	0	0	10	19	43
10.	3	0	1	0	4	9	1	0	8	9	18	40
11.	1	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0
12.	9	0	0	5	14	31	8	0	0	0	8	18
13.	3	0	1	0	4	9	0	0	4	0	4	9
14.	0	1	1	0	2	4	8	0	4	11	23	52
15.	3	1	1	0	5	11	0	0	8	8	16	36
16.	0	0	1	4	5	11	7	0	0	0	7	15
17.	0	0	1	0	1	2	4	1	1	9	15	34
18.	0	0	0	0	0	0	1	0	7	0	8	18
19.	0	1	0	0	1	2	1	0	1	0	2	4
20.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	13
21.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22.	1	0	0	0	1	2	9	0	10	0	19	43
23.	1	4	0	4	9	20	4	0	0	0	4	9
24.	1	0	0	10	11	25	0	0	0	0	0	0
25.	9	0	0	0	9	20	4	0	0	0	4	9
26.	9	0	0	0	9	20	1	1	1	0	3	6
27.	0	1	1	0	2	4	1	0	10	6	17	38
28.	9	1	0	4	14	31	0	0	10	7	17	38
29.	1	0	1	6	8	18	2	0	0	4	6	13
30.	7	11	1	10	29	65	0	1	0	11	12	27
31.	0	1	0	3	4	9	0	1	0	5	6	13
32.	1	0	0	10	11	25	4	0	11	10	25	56
33.	1	0	0	3	4	9	7	1	0	10	18	40
34.	0	0	1	7	8	18	0	0	0	9	9	20
35.	0	9	0	0	9	20	0	4	11	0	15	34
36.	1	9	0	3	13	29	0	0	11	10	21	47
37.	0	0	0	3	3	6	0	0	10	0	10	22
38.	4	0	0	6	10	22	0	0	6	5	11	25
39.	1	11	0	5	17	38	9	8	11	10	38	86
40.	8	0	0	0	8	18	0	1	11	10	22	50
41.	8	0	0	0	8	18	7	0	0	5	12	27
42.	0	0	0	0	0	0	0	1	11	0	12	27
43.	9	0	0	0	9	20	0	1	10	11	22	50
44.	1	0	8	8	17	38	11	10	11	11	43	97
45.	7	4	0	0	11	25	11	10	11	11	43	97
46.	1	0	9	5	15	34	11	11	3	4	29	65
47.	7	11	7	7	32	72	11	11	11	5	38	86
48.	9	1	0	10	20	45	11	11	11	11	44	100
49.	9	9	9	10	37	84	11	11	11	10	43	97
50.	1	0	8	11	20	45	0	11	0	5	16	36

SORSZ.	1.	2.	3.	4.	OSSZ.	%PONT	1.	2.	3.	4.	OSSZ.	%PONT
51.	0	9	0	0	9	20	4	11	10	0	25	56
52.	9	0	4	10	23	52	11	11	11	0	33	75
53.	1	0	8	0	9	20	0	10	10	0	20	45
54.	1	0	0	3	4	9	0	0	0	0	0	0
55.	1	0	0	3	4	9	8	9	0	0	17	38
56.	9	9	1	8	27	61	11	11	3	10	35	79
57.	1	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0
58.	1	1	3	7	12	27	10	11	0	9	30	68
59.	9	4	7	8	28	63	11	5	11	10	37	84
60.	9	0	1	0	10	22	0	11	0	0	11	25
61.	1	0	0	8	9	20	4	11	6	10	31	70
62.	0	0	0	0	0	0	11	0	6	10	27	61
63.	7	0	0	5	12	27	11	4	4	6	25	56
64.	1	0	0	0	1	2	11	0	4	10	25	56
65.	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	10	22
66.	1	0	8	0	9	20	11	0	6	6	23	52
67.	0	0	0	0	0	0	9	3	5	6	23	52
68.	1	0	7	11	19	43	8	6	11	6	31	70
69.	1	0	9	10	20	45	11	0	0	11	22	50
70.	1	0	3	3	7	15	9	9	3	10	31	70
71.	0	0	0	5	5	11	9	0	0	0	9	20
72.	3	8	0	3	14	31	6	0	0	10	16	36
73.	1	0	8	5	14	31	11	11	7	0	29	65
74.	1	0	4	5	10	22	11	9	4	10	34	77
75.	3	0	0	0	3	6	7	9	0	10	26	59
76.	3	0	0	8	11	25	10	8	11	0	29	65
77.	1	0	9	5	15	34	10	11	10	11	42	95
78.	7	0	0	0	7	15	1	0	0	0	1	2
79.	0	0	0	6	6	13	11	11	0	0	22	50
80.	1	0	0	10	11	25	11	11	0	10	32	72
81.	7	0	0	0	7	15	7	9	10	3	29	65
82.	0	0	0	5	5	11	0	0	5	0	5	11
83.	0	0	0	0	0	0	0	7	8	0	15	34
84.	7	0	0	0	7	15	4	0	10	5	19	43
85.	0	0	0	3	3	6	7	11	9	8	35	79
86.	1	0	0	0	1	2	9	8	8	0	25	56
87.	1	9	0	5	15	34	11	0	1	8	20	45
88.	1	0	7	0	8	18	0	0	1	0	1	2
89.	0	7	3	5	15	34	11	10	11	9	41	93
90.	0	0	7	5	12	27	9	7	6	10	32	72
91.	0	1	0	0	1	2	4	5	0	0	9	20
92.	9	3	3	5	20	45	11	8	10	11	40	90
93.	9	0	4	10	23	52	9	1	0	10	20	45
94.	1	0	0	0	1	2	8	8	8	8	32	72
95.	1	0	8	10	19	43	9	7	0	6	22	50
96.	1	0	8	4	13	29	5	9	10	11	35	79
97.	1	0	8	0	9	20	1	0	1	7	9	20
98.	1	0	0	0	1	2	9	0	0	11	20	45
99.	9	4	0	0	13	29	11	3	0	0	14	31
100.	1	0	0	6	7	15	7	10	8	11	36	81

SORSZ.	1.	2.	3.	4.	OSSZ.	%PONT	1.	2.	3.	4.	OSSZ.	%PONT
101.	1	0	4	4	9	20	0	0	0	5	5	11
102.	9	4	8	9	30	68	8	1	11	10	30	68
103.	9	0	0	0	9	20	9	0	10	6	25	56
104.	0	1	0	4	5	11	0	0	0	6	6	13
105.	9	1	7	5	22	50	8	0	0	9	17	38
106.	0	0	0	0	0	0	5	3	3	10	21	47
107.	1	9	1	6	17	38	0	11	8	0	19	43
108.	9	0	7	3	19	43	8	11	1	11	31	70
109.	0	0	7	3	10	22	9	8	0	10	27	61
110.	0	3	8	3	14	31	9	7	0	10	26	59
111.	0	3	8	3	14	31	7	8	10	5	30	68
112.	0	7	8	7	22	50	9	9	10	11	39	88
113.	1	7	9	4	21	47	1	8	10	5	24	54
114.	8	8	8	3	27	61	9	9	10	11	39	88
115.	0	0	0	5	5	11	0	0	6	5	11	25
116.	8	8	7	4	27	61	4	11	0	11	26	59
117.	0	0	1	3	4	9	8	0	0	10	18	40
118.	8	0	7	0	15	34	10	8	10	6	34	77
119.	7	1	8	9	25	56	11	11	10	6	38	86
120.	8	0	0	0	8	18	11	11	11	10	43	97
121.	8	8	7	3	26	59	0	11	10	11	32	72
122.	0	8	0	3	11	25	0	0	0	5	5	11
123.	8	7	7	4	26	59	10	1	0	11	22	50
124.	0	3	9	7	19	43	0	0	11	5	16	36
125.	8	1	0	3	12	27	11	11	10	11	43	97
126.	0	0	0	0	0	0	0	0	1	5	6	13
127.	8	0	7	3	18	40	11	0	11	10	32	72
128.	0	0	0	3	3	6	0	0	11	10	21	47
129.	0	0	7	3	10	22	9	0	11	11	31	70
130.	0	0	0	7	7	15	0	8	0	5	13	29
131.	8	8	0	0	16	36	11	7	9	9	36	81
132.	1	0	0	10	11	25	0	8	4	5	17	38
133.	0	0	7	0	7	15	11	7	1	5	24	54
134.	0	0	0	0	0	0	1	0	6	10	17	38
135.	0	0	0	0	0	0	9	11	11	9	40	90
136.	0	7	1	7	15	34	0	0	11	10	21	47
137.	0	0	0	0	0	0	9	0	11	0	20	45
138.	0	0	0	7	7	15	0	0	10	10	20	45
139.	0	0	8	3	11	25	9	8	10	6	33	75
140.	1	0	1	8	10	22	0	3	0	6	9	20
141.	9	11	0	0	20	45	9	3	8	10	30	68
142.	0	0	0	0	0	0	0	8	0	5	13	29
143.	9	8	0	6	23	52	1	0	6	5	12	27

Feladatonként az egyes kódok összege

M.KONTROLL REND. (kontroll csoport)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.	9	75	46	12	0	0	0	0	0	0
5.	82	27	33	0	0	0	0	0	0	0
6.	36	93	7	5	0	0	1	0	0	0
7.	140	2	0	0	0	0	0	0	0	0
8.	25	21	96	0	0	0	0	0	0	0
9.	33	66	29	14	0	0	0	0	0	0
10.	105	18	19	0	0	0	0	0	0	0
11.	70	21	2	1	14	0	3	25	0	0
12.	125	2	15	0	0	0	0	0	0	0
13.	83	13	46	0	0	0	0	0	0	0
14.	23	64	6	43	6	0	0	0	0	0
15.	105	11	26	0	0	0	0	0	0	0
16.	60	33	5	0	14	0	12	18	0	0
17.	132	1	8	0	0	0	1	0	0	0
18.	55	19	67	0	0	0	1	0	0	0
19.	20	37	3	81	1	0	0	0	0	0
20.	33	89	20	0	0	0	0	0	0	0
21.	21	25	85	0	0	0	3	3	0	0
22.	86	54	2	0	0	0	0	0	0	0
23.	76	1	65	0	0	0	0	0	0	0
24.	13	84	29	8	8	0	0	0	0	0
25.	66	30	46	0	0	0	0	0	0	0
26.	54	41	12	4	13	1	8	9	0	0
27.	120	20	0	0	0	0	2	0	0	0
28.	46	32	64	0	0	0	0	0	0	0
29.	61	43	38	0	0	0	0	0	0	0
30.	21	70	25	26	0	0	0	0	0	0
31.	68	39	34	1	0	0	0	0	0	0
32.	41	64	7	1	15	0	9	5	0	0
33.	124	17	1	0	0	0	0	0	0	0
34.	49	22	71	0	0	0	0	0	0	0
35.	59	30	53	0	0	0	0	0	0	0
36.	18	38	32	30	24	0	0	0	0	0
37.	50	33	58	0	1	0	0	0	0	0
38.	25	23	20	0	58	0	15	1	0	0
39.	76	60	5	0	0	0	1	0	0	0
40.	68	11	62	0	0	0	1	0	0	0
41.	35	31	76	0	0	0	0	0	0	0
42.	15	7	28	64	28	0	0	0	0	0
43.	31	78	33	0	0	0	0	0	0	0
44.	15	17	97	0	0	0	11	2	0	0
45.	46	90	6	0	0	0	0	0	0	0
46.	77	7	58	0	0	0	0	0	0	0
47.	17	28	97	0	0	0	0	0	0	0

Feladatonként az egyes kódok összege

M.KISERLET REND

(kísérleti csoport)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.	3	93	32	15	0	0	0	0	0	0
5.	91	29	23	0	0	0	0	0	0	0
6.	10	61	68	3	0	1	0	0	0	0
7.	142	0	0	0	0	0	1	0	0	0
8.	40	37	66	0	0	0	0	0	0	0
9.	57	53	17	16	0	0	0	0	0	0
10.	120	17	5	0	0	0	1	0	0	0
11.	98	4	10	3	11	0	5	12	0	0
12.	139	1	3	0	0	0	0	0	0	0
13.	91	21	31	0	0	0	0	0	0	0
14.	44	46	10	35	8	0	0	0	0	0
15.	100	20	23	0	0	0	0	0	0	0
16.	74	19	16	0	17	0	8	9	0	0
17.	142	0	1	0	0	0	0	0	0	0
18.	86	14	43	0	0	0	0	0	0	0
19.	19	27	11	76	10	0	0	0	0	0
20.	26	94	23	0	0	0	0	0	0	0
21.	19	8	111	0	0	0	2	3	0	0
22.	97	46	0	0	0	0	0	0	0	0
23.	108	1	32	2	0	0	0	0	0	0
24.	11	43	62	18	9	0	0	0	0	0
25.	42	21	80	0	0	0	0	0	0	0
26.	30	20	36	12	27	5	9	4	0	0
27.	104	39	0	0	0	0	0	0	0	0
28.	45	17	81	0	0	0	0	0	0	0
29.	21	45	77	0	0	0	0	0	0	0
30.	29	5	39	22	0	0	0	0	0	0
31.	61	32	50	0	0	0	0	0	0	0
32.	35	28	26	3	42	0	6	3	0	0
33.	105	16	21	1	0	0	0	0	0	0
34.	64	21	58	0	0	0	0	0	0	0
35.	37	27	79	0	0	0	0	0	0	0
36.	18	23	47	32	23	0	0	0	0	0
37.	29	39	75	0	0	0	0	0	0	0
38.	18	9	26	0	79	2	9	0	0	0
39.	59	57	27	0	0	0	0	0	0	0
40.	56	11	76	0	0	0	0	0	0	0
41.	12	35	96	0	0	0	0	0	0	0
42.	18	2	48	58	17	0	0	0	0	0
43.	27	73	43	0	0	0	0	0	0	0
44.	18	5	110	0	2	0	8	0	0	0
45.	35	72	36	0	0	0	0	0	0	0
46.	66	17	60	0	0	0	0	0	0	0
47.	5	24	114	0	0	0	0	0	0	0

```

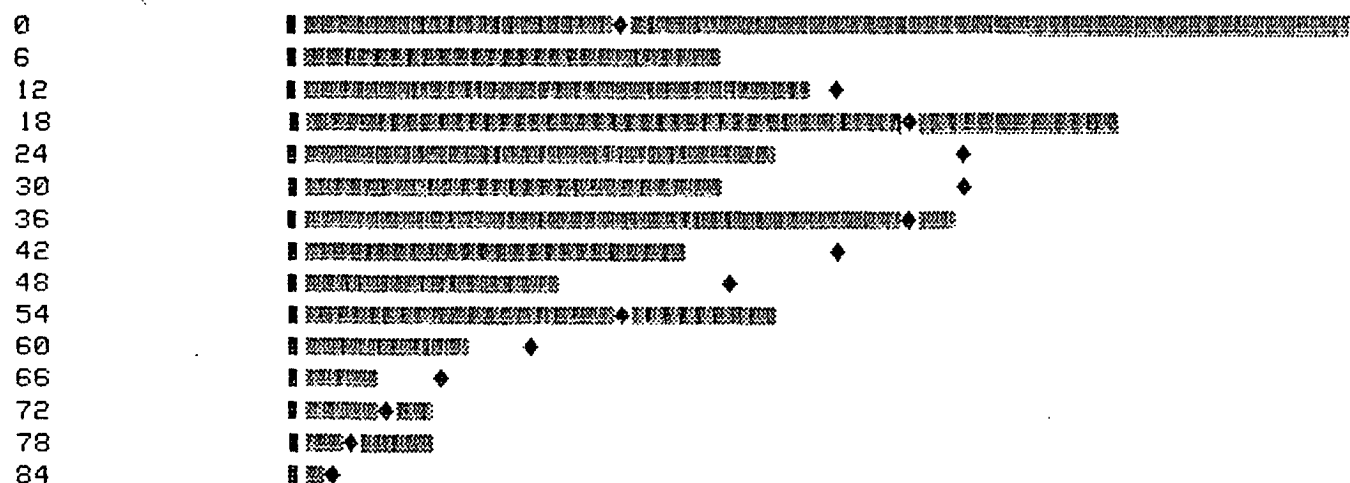
FERDESEG      = .574053762
CSUCS0SSAG    = 2.57408888

```

CELLA	ALSO HATAR	ESETEK SZAMA	% RELATIV GYAKORISAG
1	0	25	17.6056338
2	6	10	7.04225353
3	12	12	8.45070423
4	18	19	13.3802817
5	24	11	7.74647888
6	30	10	7.04225353
7	36	15	10.5633803
8	42	9	6.33802817
9	48	6	4.22535211
10	54	11	7.74647888
11	60	4	2.81690141
12	66	2	1.4084507
13	72	3	2.11267606
14	78	3	2.11267606
15	84	1	.704225352

1. the above-mentioned and the above-mentioned
the above-mentioned the above-mentioned

ALSÓ HATÁR HISZTOGRAMM



AZONOSITO:KISERLET ELŐMÉRÉS

SZAMTANI KOZEP	=	22.6126761
NEGYZETES KOZEP	=	29.2554317
MINIMUM	=	0
MAXIMUM	=	84
A SZORAS TERJEDELME	=	84
SZORAS NEGYZET	=	344.547163
KORR. SZORAS NEGYZET	=	346.99076
SZORAS	=	18.5619817
KORR. SZORAS	=	18.627688
RELATIV SZORAS %	=	82.0866209
KORR.RELATIV SZORAS %	=	82.3771938
FERDESEG	=	.834913772
CSUCSOSSAG	=	3.22125883

~~ADATOK TÁBLÁZATA~~

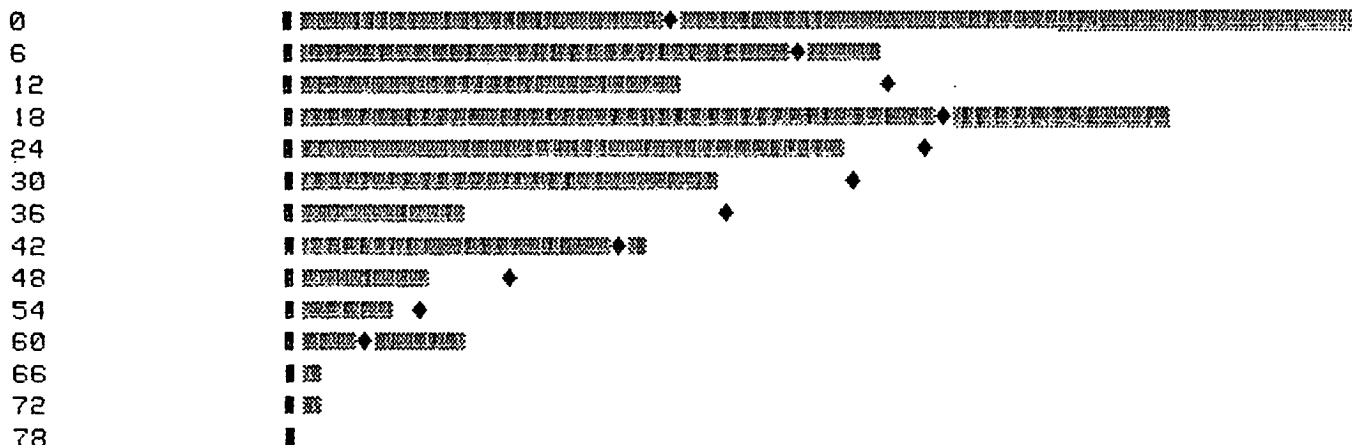
cella szélesség : 6

CELLA	ALSO HATAR	ESETEK SZAMA	% RELATIV GYAKORISAG
1	0	31	21.8303859
2	6	17	11.971831
3	12	11	7.74647888
4	18	25	17.6056338
5	24	16	11.2676056
6	30	12	8.45070423
7	36	5	3.52112676
8	42	10	7.04225353
9	48	4	2.81690141
10	54	3	2.11267606
11	60	5	3.52112676
12	66	1	.704225352
13	72	1	.704225352
14	78	0	0

~~ADATOK TÁBLÁZATA~~

~~ADATOK TÁBLÁZATA~~

ALSO HATAR HISZTOGRAMM



Statisztikai számítások (kontroll csoport mérés)

AZONOSITO:KONTROLL MERES

SZAMTANI	KOZEP	=	34.3239437
NEGYZETES	KOZEP	=	41.9221277
MINIMUM		=	0
MAXIMUM		=	100
A SZORAS	TERJEDELME	=	100
SZORAS	NEGYZET	=	579.331681
KORR. SZORAS	NEGYZET	=	583.440417
SZORAS		=	24.06931
KORR. SZORAS		=	24.1545113
RELATIV SZORAS	%	=	70.1239642
KORR.RELATIV SZORAS	%	=	70.3721914
FERDESEG		=	.694160034
CSUCSOSSAG		=	2.75150638

cella szelesseg : 6

CELLA	ALSO HATAR	ESETEK SZAMA	% RELATIV GYAKORISAG
1	0	14	9.85915493
2	6	14	9.85915493
3	12	10	7.04225353
4	18	15	10.5633803
5	24	23	16.1971831
6	30	6	4.22535211
7	36	13	9.15492958
8	42	12	8.45070423
9	48	4	2.81690141
10	54	7	4.92957746
11	60	6	4.22535211
12	66	5	3.52112676
13	72	4	2.81690141
14	78	2	1.4084507
15	84	2	1.4084507
16	90	4	2.81690141
17	96	1	.704225352

relativ gyakorisagok szorzatamm

HISZTOGRAMM



AZONOSITO:KISERLET MERES

SZAMTANI KOZEP = 47.3239437
 NEGYZETES KOZEP = 54.3395688
 MINIMUM = 0
 MAXIMUM = 100
 A SZORAS TERJEDELME = 100
 SZORAS NEGYZET = 713.23309
 KORR. SZORAS NEGYZET = 718.291481
 SZORAS = 26.7064241
 KORR. SZORAS = 26.8009605
 RELATIV SZORAS % = 56.4332177
 KORR.RELATIV SZORAS % = 56.6329819
 FERDESEG = .0447881147
 CSUCSOSSAG = 2.12815703

~~REKONSTRUKCIÓ~~

cella szélesség : 6

CELLA	ALSO HATAR	ESETEK SZAMA	% RELATIV GYAKORISAG
1	0	9	6.33802817
2	6	7	4.92957746
3	12	6	4.22535211
4	18	10	7.04225353
5	24	9	6.33802817
6	30	4	2.81690141
7	36	13	9.15492958
8	42	17	11.971831
9	48	9	6.33802817
10	54	12	8.45070423
11	60	6	4.22535211
12	66	10	7.04225353
13	72	9	6.33802817
14	78	5	3.52112676
15	84	6	4.22535211
16	90	4	2.81690141
17	96	6	4.22535211

~~RELATIV SZORAS TERJEDELME~~

~~REKONSTRUKCIÓ~~

ALSO HATAR

HISZTOGRAMM



Gyakorisági táblázat

% pont	Kontroll csoport (fő)		Kísérleti csoport (fő)	
	előmérés	mérés	előmérés	mérés
0	9	5	15	5
2	11	4	12	2
4	5	5	3	1
6	1	3	4	1
9	4	6	7	3
11	5	6	6	3
13	4	3	1	5
15	8	8	9	1
18	7	5	6	3
20	6	4	12	5
22	6	5	7	2
25	2	11	9	3
27	3	6	4	9
29	6	6	3	2
31	5	1	5	1
34	5	4	7	3
36	5	2	1	4
38	7	3	3	6
40	3	8	1	3
43	5	5	4	5
45	2	6	5	7
47	2	1	1	5
50	2	0	2	6
52	4	4	3	3
54	5	2	0	3
56	3	2	1	6
59	3	3	2	3
61	0	2	3	2
63	2	1	1	0
65	2	3	1	4
68	1	4	1	5
70	1	1	1	5
72	0	2	1	5
75	2	1	0	2
77	1	1	0	2
79	2	1	0	3
81	1	1	0	2
84	1	1	1	1
86	0	0	0	3
88	0	1	0	2
90	1	3	0	2
93	0	0	0	1
95	0	1	0	1
97	0	0	0	5
100	0	1	0	1

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^n [x_i - \bar{x}]^3}{n} \right]^2$$

Ferdeség:

(skewness)

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^n [x_i - \bar{x}]^3}{n} \right]^3$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n [x_i - \bar{x}]^4}{n}$$

Csúcsosság:

(kurtosis)

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^n [x_i - \bar{x}]^4}{n} \right]^2$$

Felhasznált irodalom

- 1./ Ágoston-Nagy-Orosz (1979): Méréses módszerek a pedagógiában
Tankönyvkiadó, Budapest
- 2./ Balogh László (1987): Feladatrendszerek és a gondolkodásfejlesztés
Tankönyvkiadó, Budapest
- 3./ Báthory Zoltán (1987): Tanítás és tanulás
Tankönyvkiadó, Budapest
- 4./ Báthory Zoltán (1987/88): A pedagógiai értékelés
Megyei Pedagógiai Intézet, Veszprém
- 5./ Bruner, J.S. (1966): Az oktatás folyamata
Tankönyvkiadó, Budapest
- 6./ Bruner, J.S. (1968): A nevelés folyamata
Tankönyvkiadó, Budapest
- 7./ Buzás László (1969): Az új iskola pedagógiája
Tankönyvkiadó, Budapest
- 8./ Csapó Benő (1983): A gondolkodás műveleti képességeinek rendszere
és fejlődése
Köznevelés, 39. évf. 38. sz. 15. p.
- 9./ Csapó Benő (1987): A kombinatív képesség fejlesztése az általános
iskolában
Pedagógiai Szemle 9. sz. 844-853. p.
- 10./ Csapó Benő (1987): A gondolkodás fejlesztése az iskolai tárgyak
keretében
Pedagógia Szemle 7-8. sz. 652-660. p.
- 11./ Csapó Benő (1983): A kombinatív képesség struktúrája
Akadémiai Kiadó, Budapest
- 12./ Csirikné Czachesz Erzsébet (1986): Gondolkodási stratégiák
Magyar Pedagógia, 1. sz. 62-76. p.
- 13./ Csirikné Czachesz Erzsébet (1987): A nyelvi-logikai műveletrendszer
fejlettsége
Pszichológia 4. sz. 521-544. p.

- 14./ Dienes Zoltán (1973): Építsük fel a matematikát
Gondolat Kiadó, Budapest
- 15./ Faragó László (1969): Szöveges feladatok megoldása egyenlettel
Tankönyvkiadó, Budapest
- 16./ Hajtman Béla (1971): Bevezetés a matematikai statisztikába
Akadémiai Kiadó, Budapest
- 17./ Inhelder B.-Piaget J. (1967): A gyermek logikájától az ifjú
logikájáig
Akadémiai Kiadó, Budapest
- 18./ Kelemen László (1965): A tanulók gondolkodása 6-10 éves korban
Tankönyvkiadó, Budapest
- 19./ Kelemen László (1970): A gondolkodás nevelése az általános iskolában
Tankönyvkiadó, Budapest
- 20./ Klein Sándor (1980): A komplex matematikatanítási módszer
Akadémiai Kiadó, Budapest
- 21./ Kürti Jarmila (1985): Kreativitás-fejlesztés kisiskoláskorban
Tankönyvkiadó, Budapest
- 22./ Landau, E. (1974): A kreativitás pszichológiája
Tankönyvkiadó, Budapest
- 23./ Lénárd Ferenc (1978): A problémamegoldó gondolkodás
Akadémiai Kiadó, Budapest
- 24./ Lénárd Ferenc (1978): A képességek fejlesztése a tanítási órán
- 25./ Lénárd Ferenc (1981): Emberismeret a pedagógiai munkában
Tankönyvkiadó, Budapest
- 26./ Lénárd Ferenc (1982): Az absztrakció kialakítása kisiskolás korban
Akadémiai Kiadó, Budapest
- 27./ Marton Ferenc-Claes-Gäran Wenestam (1988):
Minőségi különbségek a több alkalommal olvasott szövegek
emlékezeti megőrzésében
Pszichológia 2. sz. 207-214. p.

- 28./ Mosonyi Kálmán (1972): Gondolkodási hibák az általános iskolai matematikaórákon
Tankönyvkiadó, Budapest
- 29./ Nagy József (1970): Az iskolafokozatok távlati tervezése
Tankönyvkiadó, Budapest
- 30./ Nagy József (1974): Iskolaelőkészítés és beiskolázás
Akadémiai Kiadó, Budapest
- 31./ Nagy József (1984): A megtanítás stratégiája
Tankönyvkiadó, Budapest
- 32./ Nagy József (1985): A tudástechnológia elméleti alapjai
OOK, Veszprém
- 33./ Nagy József (1986): Prefer: Preventív fejlettségvizsgáló rendszer
4-7 éves gyerekek számára
Akadémiai Kiadó, Budapest
- 34./ Nagy József (1987): A rendszerezési képesség kialakulása. Gondolkodási műveletek
Akadémiai Kiadó, Budapest
- 35./ Nagy József-Gubán Gyula (1987): A rendszerezési képesség fejlesztése az általános iskolában
Pedagógiai Szemle, 11. sz.
- 36./ Piaget, J. (1970): Válogatott tanulmányok
Gondolat Kiadó, Budapest
- 37./ Pelle Béla (1978): Így tanítják a matematikát
Tankönyvkiadó, Budapest
- 38./ Pólya György (1968): A problémamegoldás iskolája
Tankönyvkiadó, Budapest
- 39./ Pólya György (1977): A gondolkodás iskolája
Gondolat Kiadó, Budapest

- 40./ Orosz Sándor (1986): Az oktatás, mint a tanulás szabályozása
OOK, Veszprém
- 41./ Rubinstein, Sz.L. (1964): Az általános pszichológia alapjai
Akadémiai Kiadó, Budapest
- 42./ Salamon Jenő (1973): A gyakorlati problémamegoldás fejlődése
6-14 éves korban
Akadémiai Kiadó, Budapest
- 43./ Skemp, R.R. (1975): A matematikatanulás pszichológiája
Gondolat Kiadó, Budapest
- 44./ Szerencsi Sándor-Papp Olga (1986): A matematika tanítása II.
Tankönyvkiadó, Budapest
- 45./ Vidákovich Tibor (1987): A logikai képességek fejlesztése: feladatok
és lehetőségek
Pedagógiai Szemle 10. sz.
- 46./ Zsolnai József (1983): A képességfejlesztő iskoláról
Oktatáskutató Intézet, Budapest

15-65/1989:

Tárgy: Egyetemi doktori védés.

Dr. Duró Lajos Urnak
tszv. egyetemi docens

H.

Az értekezés címe: A gondolkodási képességek fejlesztése feladat-
elemző módszer segítségével 10 éves tanulóknál
.

A doktoráló neve: Welchner Antalné Merkler Mária .

A bíráló bizottság összetétele:

Elnök: Dr. Duró Lajos tszv. egy. docens
Tagok: Dr. Nagy József egyetemi tanár
Dr. Báthory Zoltán kandidátus
Dr. Balogh Tibor kandidátus
Dr. Gácsér József kandidátus
Dr. Kékes Szabó Mihály egy. docens
.

A JATE Bölcsészettudományi Kar Doktori Bizottsága nevében tisztelettel
felkérem, hogy a doktori bíráló bizottság munkájában szíveskedjék részt
venni.

Az Egyetemi Doktori Szabályzat értelmében a disszertációt bíráló
bizottság előtt kell megvédeni. Felhívom szíves figyelmét arra, hogy a
bírálat elkészítésére az értekezés kézhezvételétől számítva 30 nap
áll rendelkezésére.

Amennyiben a bíráló bizottság munkájában való részvételt nem vállalja,
legyen szíves ezt jelezni és az értekezést címünkre /JATE Bölcsészett-
tudományi Kar Dékáni Hivatala, 6722 Szeged, Egyetem u.2. Telefon:
21-111/162 mellék/ postafordultával visszaküldeni.

A védés időpontjáról később fogjuk értesíteni.

Szeged, 1989. nov. 28.



[Handwritten signature]

dékanhelyettes